

УДК 519.87+004.421

DOI: [10.26102/2310-6018/2019.27.4.009](https://doi.org/10.26102/2310-6018/2019.27.4.009)

ДВУМЕРНАЯ МОДЕЛЬ СТАЦИОНАРНОГО ПЕРЕНОСА БИНАРНОГО ЭЛЕКТРОЛИТА В ГАЛЬВАНОСТАТИЧЕСКОМ РЕЖИМЕ

А.М. Узденова¹, М.А.Х. Уртеннов², Н.О. Чубырь³, А.В. Коваленко⁴

¹Карачаево-Черкесский государственный университет имени У.Д. Алиева,
Карачаевск, Карачаево-Черкесская Республика,

^{2,4}Кубанский государственный университет,
Краснодар, Российская Федерация,

³Кубанский государственный технологический университет,
Краснодар, Российская Федерация

¹e-mail: uzd_am@mail.ru

²e-mail: urtenovmax@mail.ru

³e-mail: chubyr-natalja@mail.ru

⁴e-mail: savanna-05@mail.ru

Резюме: В электромембранных системах перенос бинарного электролита в стационарном случае возможно реализовать или в потенциостатическом (ПСП) (задается падение потенциала, $\Delta_p(t) = const$), или в гальваностатическом (ГСП) режимах (задается средняя плотность тока, $i_{av}(t) = const$). Эти режимы альтернативны друг другу. При теоретическом и экспериментальном исследованиях удобно работать в ГСП. Однако, система уравнений Нернста-Планка-Пуассона (НПП), удобна для моделирования переноса в ПСП, но неудобна для моделирования в ГСП, из-за отсутствия уравнения для плотности тока. Используя метод математических преобразований из исходной системы уравнений НПП модели переноса в ПСП получена система уравнений, моделирующих перенос в ГСП. Численный анализ приведен с использованием методов конечных элементов. В работе: из НПП путем преобразований получено новое уравнение для плотности тока; выведены требуемые для определения плотности тока краевые условия; разработан алгоритм расчета вольтамперной характеристики. Заключение. В статье предложена модель переноса в ГСП, проведен численный анализ краевой задачи и показано, что имеется полное соответствие между вольтамперными характеристиками (ВАХ), посчитанными в ПСП и ГСП, при допредельных плотностях и небольшое отличие при запредельных плотностях тока. Это подтверждает адекватность, предложенной в работе математической модели переноса в гальваностатическом режиме и алгоритма расчета ВАХ. Предложенная модель переноса ГСП может служить математическим инструментом для обработки результатов экспериментальных исследований переноса в ГСП.

Ключевые слова: численные методы, мембранные системы, ионообменная мембрана, гальваностатический режим, потенциостатический режим, математическая модель.

Для цитирования: Узденова А.М., Уртеннов М.А.Х., Чубырь Н.О., Коваленко А.В. Двумерная модель стационарного переноса бинарного электролита в гальваностатическом режиме.

Моделирование, оптимизация и информационные технологии. 2019;7(4). Доступно по адресу: https://moit.vivt.ru/wp-content/uploads/2019/11/UzdenovaSoavtors_4_19_1.pdf DOI: 10.26102/2310-6018/2019.27.4.009

TWO-DIMENSIONAL MODEL OF STATIONARY TRANSFER OF BINARY ELECTROLYTE IN GALVANOSTATIC MODE

A. M. Uzdenova¹, M.Kh. Urtenov², N.O. Chubyr³, A.V. Kovalenko²

¹Karachay-Cherkess state University named after U. D. Aliyev, Karachayevsk,
Karachay-Cherkess Republic

²Kuban State University, Krasnodar, Russia

³Kuban State Technological University, Krasnodar, Russia

Abstract: In electromembrane systems, the transfer of the binary electrolyte in the stationary case may be realized either in potentiostatic (PSR) (given the potential drop, $\Delta_p(t) = const$) or in galvanostatic (GSR) modes (given the average current density, $i_{av}(t) = const$). These modes are alternative to each other. At theoretical and experimental researches it is convenient to work in GSR. However, the system of Nernst-Planck-Poisson equations (NPP) is convenient for simulating transfer in the PSR, but inconvenient for simulating in the GSR, due to the lack of an equation for the current density. Using the method of mathematical transformations from the original system of equations of the NPP transfer model to the PSR, a system of equations modeling the transfer to the GSR is obtained. The numerical analysis is given using finite element methods. In work: a new equation for the current density is obtained from the NPP by transformations; the boundary conditions required to determine the current density are derived; an algorithm for calculating the current-voltage characteristic is developed. We performed a numerical analysis of the boundary value problem and showed that there is a complete correspondence between the current-voltage characteristics (CVC) calculated in the PSR and GSR at pre-limit densities and a slight difference at exorbitant current densities. This shows the adequacy of the proposed mathematical model of transfer in galvanostatic mode and the algorithm for calculating the CVC. The paper proposes a model of transfer in the GSR, numerical analysis of the boundary value problem and shows that there is a complete correspondence between the CVC calculated in the PSR and GSR at pre-limit densities and a slight difference at exorbitant current densities. This confirms the adequacy of the proposed mathematical model of transfer in the galvanostatic mode and the algorithm for calculating the CVC. The proposed model of GSR transfer can serve as a mathematical tool for processing the results of experimental studies of GSR transfer.

Keywords: numerical methods, membrane systems, ion exchange membrane, galvanostatic mode, potentiostatic mode, mathematical model.

For citation: Uzdenova A.M., Urtenov M.Kh., Chubyr N.O., Kovalenko A.V. Two-dimensional model of stationary transfer of binary electrolyte in galvanostatic mode. *Modeling, Optimization and Information Technology*. 2019;7(4). Available from: https://moit.vivt.ru/wp-content/uploads/2019/11/UzdenovaSoavtors_4_19_1.pdf DOI: 10.26102/2310-6018/2019.27.4.009 (In Russ).

Введение

В электромембранных системах перенос бинарного электролита в стационарном случае возможно реализовать в 2-х режимах:

- в потенциостатическом (ПСП) (задается падение потенциала, $\Delta_p(t) = const$),
- в гальваностатическом (ГСП), (задается средняя плотность тока, $i_{av}(t) = const$) [1,2].

Эти режимы альтернативны друг другу. При теоретическом и экспериментальном исследованиях удобно работать в ГСП.

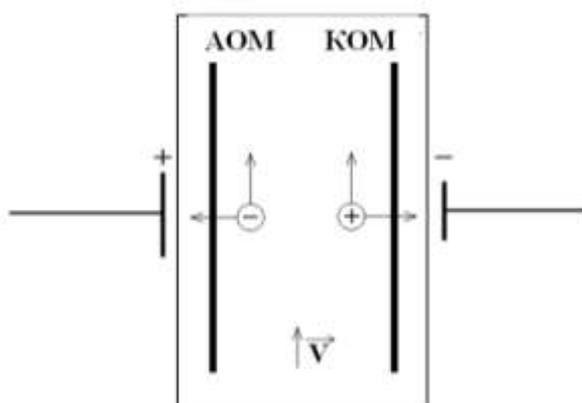


Рисунок 1 - Схема 2D - изображения канала обессоливания (КО) электродиализного аппарата (ЭДА), рассматриваемого в данной статье в качестве примера электромембранной системы. Здесь АОМ - анионообменная мембрана, КОМ - катионообменная мембрана, знак $\uparrow \vec{V}$ показывает направление вынужденной конвекции. Предположим, что ось Oy проходит через анионообменную мембрану, а перпендикулярная ей ось Ox , направлена в сторону КОМ. Пусть ширина канала равна H , а длина L . Плотность тока в произвольной точке канала в некоторый момент времени обозначим $\vec{I}(t, x, y)$.

ПСР и ГСР альтернативны друг другу: задание однозначно определяет , и, наоборот. В связи с этим вольтамперные характеристики (ВАХ), определенные в этих режимах должны совпадать.

При теоретическом и экспериментальном исследованиях удобно работать в ГСР. Однако, система уравнений Нернста-Планка-Пуассона (НПП), удобна для моделирования переноса в ПСР, но неудобно для моделирования в ГСР, из-за отсутствия уравнения для плотности тока.

В работе:

- 1) из НПП путем преобразований получено новое уравнение для плотности тока.
- 2) выведены требуемые для определения плотности тока краевые условия;
- 3) разработан алгоритм расчета вольтамперной характеристики.

Эта работа является развитием работы [3].

Постановка задачи

Математическая модель для стационарного переноса бинарного электролита в ПСР описывается системой уравнений [4]:

$$\vec{j}_i = -\frac{F}{RT} z_i D_i C_i \nabla \varphi - D_i \nabla C_i + C_i \vec{V}, \quad i = 1, 2 \quad (1)$$

$$\frac{\partial C_i}{\partial t} = -\text{div} \vec{j}_i = 0, \quad i = 1, 2 \quad (2)$$

$$\varepsilon \Delta \varphi = -F(z_1 C_1 + z_2 C_2) \quad (3)$$

$$\vec{I} = F(z_1 \vec{j}_1 + z_2 \vec{j}_2) \quad (4)$$

где \vec{V} – скорость,

C_1, C_2 – концентрации катионов и анионов,

\vec{I} – плотность электрического тока,

Φ – потенциал электрического поля, остальные параметры стандартны [4].

Поскольку $\vec{E} = -\nabla\Phi$, то (1) и (3) преобразовывается к виду:

$$\vec{j}_i = \frac{F}{RT} z_i D_i C_i \vec{E} - D_i \nabla C_i + C_i \vec{V}, \quad i = 1, 2 \quad (5)$$

$$\varepsilon \operatorname{div} \vec{E} = F(z_1 C_1 + z_2 C_2). \quad (6)$$

Результаты

Соленоидальность \vec{I} . Для стационарного режима $\operatorname{div} \vec{j}_i = 0$, $i = 1, 2$, и $\operatorname{div} \vec{I} = F \operatorname{div}(z_1 \vec{j}_1 + z_2 \vec{j}_2) = F(z_1 \operatorname{div} \vec{j}_1 + z_2 \operatorname{div} \vec{j}_2) = 0$. Следовательно, \vec{I} – соленоидальный вектор, то есть существует такая функция η , что

$$\frac{\partial \eta}{\partial x} = I_y, \quad \frac{\partial \eta}{\partial y} = -I_x. \quad (7)$$

Преобразование уравнений для концентраций. Применяя операцию div к (5), с учетом соленоидальности потоков, получим:

$$0 = \frac{F}{RT} z_i D_i \operatorname{div}(C_i \vec{E}) - D_i \Delta C_i + \operatorname{div}(C_i \vec{V}), \quad i = 1, 2$$

После ряда преобразований, имеем:

$$\varepsilon D_i \Delta C_i = \varepsilon \frac{F}{RT} z_i D_i (\nabla C_i, \vec{E}) + \varepsilon \operatorname{div}(C_i \vec{V}) + \frac{F^2}{RT} z_i D_i C_i (z_1 C_1 + z_2 C_2), \quad i = 1, 2 \quad (8)$$

Замечание 1. Из (8) следует, что при $z_1 C_1 + z_2 C_2 = 0$ (условие электронейтральности) получаем:

$$D_i \Delta C_i = \frac{F}{RT} z_i D_i (\nabla C_i, \vec{E}) + \operatorname{div}(C_i \vec{V}), \quad i = 1, 2.$$

Дальнейшие упрощение с использованием равновесной концентрации $C = z_1 C_1 = -z_2 C_2$ и уравнение для η см. в [3].

Формула для \vec{E} .

Из (5) и (4) следует известная формула [4]:

$$\vec{I} = \frac{F^2}{RT} (z_1^2 D_1 C_1 + z_2^2 D_2 C_2) \vec{E} - F(z_1 D_1 \nabla C_1 + z_2 D_2 \nabla C_2) + F(z_1 C_1 + z_2 C_2) \vec{V}. \quad (9)$$

Откуда находим:

$$\begin{aligned} \vec{E} = & \frac{RT}{F^2(z_1^2 D_1 C_1 + z_2^2 D_2 C_2)} \vec{I} + \frac{RT z_1 D_1}{F(z_1^2 D_1 C_1 + z_2^2 D_2 C_2)} \nabla C_1 + \\ & + \frac{RT z_2 D_2}{F(z_1^2 D_1 C_1 + z_2^2 D_2 C_2)} \nabla C_2 - \frac{RT(z_1 C_1 + z_2 C_2)}{F(z_1^2 D_1 C_1 + z_2^2 D_2 C_2)} \vec{V} \end{aligned} \quad (10)$$

Исключение напряженности из уравнений (8). Используя (10) и (8), получим:

$$\begin{aligned} \varepsilon D_i \Delta C_i = \varepsilon \frac{F}{RT} z_i D_i R_{Om} ((\nabla C_i, \vec{I}) + F z_1 D_1 (\nabla C_i, \nabla C_1) + F z_2 D_2 (\nabla C_i, \nabla C_2) - \\ - \rho (\nabla C_i, \vec{V})) + \varepsilon \operatorname{div}(C_i \vec{V}) + \frac{F}{RT} z_i D_i C_i \rho, \quad i = 1, 2 \end{aligned} \quad (11)$$

где

$$\chi = F^2 (z_1^2 D_1 C_1 + z_2^2 D_2 C_2) / (RT), \quad R_{Om} = 1 / \chi = \frac{RT}{F^2} \frac{1}{z_1^2 D_1 C_1 + z_2^2 D_2 C_2}, \quad \rho = F(z_1 C_1 + z_2 C_2).$$

Уравнение для \vec{I} .

Из (10) и (6) после ряда преобразований получим:

$$(\nabla \chi, \nabla \eta)_1 = -F z_1 D_1 (\chi \Delta C_1 - (\nabla \chi, \nabla C_1)) - F z_2 D_2 (\chi \Delta C_2 - (\nabla \chi, \nabla C_2)) - \rho (\nabla \chi, \vec{V}) + \chi (\nabla \rho, \vec{V}) + \frac{\rho \chi^2}{\varepsilon}$$

или

$$\begin{aligned} \varepsilon \frac{RT}{F^3} (\nabla \chi, \nabla \eta)_1 = \varepsilon q_{11} \|\nabla C_1\|^2 + \varepsilon q_{12} (\nabla C_1, \nabla C_2) + \varepsilon q_{22} \|\nabla C_2\|^2 - \\ - \varepsilon z_1 D_1 \frac{RT}{F^2} \chi \Delta C_1 - \varepsilon z_2 D_2 \frac{RT}{F^2} \chi \Delta C_2 + \varepsilon q_{21} C_1 (\nabla C_2, \vec{V}) - \varepsilon q_{21} C_2 (\nabla C_1, \vec{V}) + \frac{RT}{F^3} \rho \chi^2 \end{aligned} \quad (12)$$

где

$$q_{11} = D_1^2 z_1^3, \quad q_{12} = D_1 D_2 z_1 z_2 (z_1 + z_2), \quad q_{22} = D_2^2 z_2^3, \quad q_{21} = z_1 z_2 (z_1 D_1 - z_2 D_2), \\ (\vec{a}, \vec{b})_1 = a_1 b_2 - a_2 b_1 - \text{кососимметричное скалярное произведение.}$$

Ниже показано, что система (10), (12) позволяет вместе с соответствующими граничными условиями, приведенными ниже, однозначно определить C_i , $i = 1, 2$ и \vec{I}

Замечание 2. (12) выполняется тождественно при $z_1 C_1 + z_2 C_2 = 0$, поэтому его в этом случае нельзя использовать. Модель для этого случая приведена в работе [3].

Граничные условия

Написанные выше уравнения являются выражением законов сохранения, а граничные условия определяют фактически конкретную математическую модель. Ниже предлагается один из возможных вариантов граничных условий. Эта модель ниже будет использоваться при вычислении ВАХ для длинного КО ЭДА.

Граничные условия для концентраций аналогичны условиям [3]

1) На АОМ $x = 0, y \in [0, L]$ используем условия:

$$C_2(t, 0, y) = C_{am}. \quad (13)$$

$$\left(\frac{\partial C_1}{\partial x} - \frac{F}{RT} z_1 C_1 E_x \right) (t, 0, y) = 0. \quad (14)$$

2) На КОМ $x = H, y \in [0, L]$ используем условия:

$$C_1(t, H, y) = C_{km}; \quad (15)$$

$$\left(\frac{\partial C_2}{\partial x} - \frac{F}{RT} z_2 C_2 E_x \right) (t, H, y) = 0. \quad (16)$$

3) На входе в КО $y = 0, x \in [0, H]$ концентрации ионов считаются заданными

4) Условия на выходе из КО $y = L, x \in [0, H]$.

Поскольку поверхности ионообменных мембран предполагаются эквипотенциальными, то внешнее электрическое поле направлено практически поперек канала. Следовательно, можно пренебречь выносом ионов из канала миграционным потоком. Кроме того, поперечное изменение концентрации значительно превосходит продольное изменение, поэтому выносом ионов из канала диффузионным потоком также можно пренебречь, следовательно имеем:

$$\vec{n} \cdot \vec{j}_i(t, x, L) = V_y(t, x, L) C_i(t, x, L), \quad i = 1, 2 \quad (17)$$

Граничные условия для функции η .

Для вывода граничного условия рассматриваем область $\Omega = \{(x, y) : 0 \leq x \leq H, 0 \leq y \leq L\}$ и воспользуемся законом Гаусса, с учетом соленоидальности плотности тока:

$$-\int_0^H I_y(t, \tau, 0) d\tau + \int_0^L I_x(t, H, u) du + \int_0^H I_y(t, \tau, L) d\tau - \int_0^L I_x(t, 0, u) du = 0 \quad (18)$$

Обозначим

$$i_{ex} = \frac{1}{H} \int_0^H I_y(t, \tau, 0) d\tau, \quad i_K = \frac{1}{L} \int_0^L I_x(t, H, u) du, \\ i_{вых} = \frac{1}{H} \int_0^H I_y(t, \tau, L) d\tau, \quad i_A = \frac{1}{L} \int_0^L I_x(t, 0, u) du, \quad (19)$$

где i_A и i_K – это усредненные плотности токов, проходящих через АОМ и КОМ, которые считаются заданными, i_{ex} , $i_{вых}$ – усредненные входные и выходные плотности тока.

С использованием этих обозначений (18) запишется в виде:

$$-i_{ex} H + i_K L + i_{вых} H - i_A L = 0.$$

Если i_{ex} и $i_{вых}$ значительно меньше (по абсолютной величине), чем i_A и i_K , то

$$i_K L - i_A L \approx 0 \text{ или } i_K \approx i_A \approx i_{av} = \frac{i_K + i_A}{2}.$$

Возьмем произвольную точку $s \in (0, H)$ и рассмотрим сечение $S = \{(x, y) : x = s, 0 < y < L\}$ и области $\Omega_1 = \{(x, y) : 0 \leq x \leq s, 0 \leq y \leq L\}$ и $\Omega_2 = \{(x, y) : s \leq x \leq H, 0 \leq y \leq L\}$. Очевидно, что $\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2$.

Так как $div \vec{I} = 0$ в области Ω , то $div \vec{I} = 0$ в каждой из областей Ω_1 и Ω_2 . Используя это и приведенные выше оценки получаем:

$$i_A + i_K \approx \frac{2}{L} \int_0^L I_x(t, s, u) du \text{ или } i_{av} \approx \frac{1}{L} \int_0^L I_x(t, s, u) du \text{ для любого } x \in [0, H].$$

Последнее равенство запишем через η :

$$\eta(t, x, L) - \eta(t, x, 0) = -i_{av} L \text{ для любого } x \in [0, H]. \quad (20)$$

Кроме того, имеем условие:

$$\left. \frac{\partial \eta}{\partial x} \right|_{x=0} = I_y \Big|_{x=0} = \left(\frac{F^2}{RT} (z_1^2 D_1 C_1 + z_2^2 D_2 C_2) E_y - F (z_1 D_1 \frac{\partial C_1}{\partial y} + z_2 D_2 \frac{\partial C_2}{\partial y}) \right) \Big|_{x=0}$$

Так как $E_y = 0$, то:

$$\left. \frac{\partial \eta}{\partial x} \right|_{x=0} = I_y \Big|_{x=0} = -F \left(z_1 D_1 \frac{\partial C_1}{\partial y} + z_2 D_2 \frac{\partial C_2}{\partial y} \right) \Big|_{x=0}. \quad (21)$$

Если коэффициенты диффузии аниона и катиона равны или близки, получаем условие

$$\left. \frac{\partial \eta}{\partial x} \right|_{x=0} = 0$$

Аналогично, можно получить граничное условие

$$\left. \frac{\partial \eta}{\partial x} \right|_{x=H} = -F \left(z_1 D_1 \frac{\partial C_1}{\partial y} + z_2 D_2 \frac{\partial C_2}{\partial y} \right) \Big|_{x=0}. \quad (22)$$

При использовании граничных условий для функции η нужно учесть, что, поскольку уравнение для η является дифференциальным уравнением первого порядка (уравнением переноса), определенным внутри прямоугольника $(x, y) \in [0, H] \times [0, L]$, то необходимо задать граничные условия на двух смежных сторонах прямоугольника, то есть возникает четыре варианта задания краевых условия. В качестве примера рассмотрим задание в случае сторон $x = 0, y \in [0, L]$ и $y = 0, x \in [0, H]$. Так как функция η , имеющая смысл потенциала, определена с точностью до константы, то можно положить $\eta \Big|_{y=L} = 0$, тогда из (20) следует

$$\eta \Big|_{y=0} = Li_{av}.$$

Таким образом, качестве одного из вариантов граничных условий имеем:

$$\left. \frac{\partial \eta}{\partial x} \right|_{x=0} = -F \left(z_1 D_1 \frac{\partial C_1}{\partial y} + z_2 D_2 \frac{\partial C_2}{\partial y} \right) \Big|_{x=0}, \quad \eta \Big|_{y=0} = Li_{av}.$$

Алгоритм расчета ВАХ

- а) Задается набор значений $I_{A,l}, l = 1, \dots, m$,
 - б) Решается краевая задача (12-15,19) для системы уравнений (10,11) при $I_A = I_{A,l}$, и находятся $C_{1,l}, C_{2,l}, \eta_l$.
 - в) Рассчитываются вектор \vec{I}_l , а также \vec{E}_l по формулам (7), (10).
 - г) Находится функция φ_l , решая уравнение $\nabla \varphi = -\vec{E}_l$, например, с условием $\varphi(0, y) = 0$. Находим скачок потенциала $\varphi_l(H, y)$.
- Набор $(\varphi_l, I_{A,l}), l = 1, \dots, m$ представляет собой вольтамперную характеристику.

Обсуждение

Ниже на Рисунке 2 приведена ВАХ, рассчитанная с использованием этого алгоритма и ВАХ, соответствующая потенциостатическому режиму.

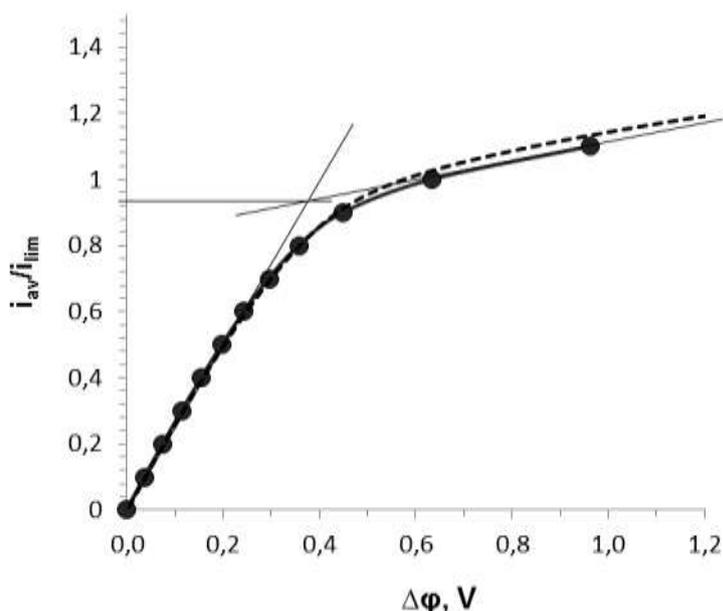


Рисунок 2. ВАХ, рассчитанные по предлагаемой модели (точки) и по потенциостатическому режиму (пунктир). По горизонтали отложен скачок потенциала в вольтах (V), по вертикали отношение плотности тока к i_{lim} – предельной плотности тока

Предельная плотность тока i_{lim} определена по формуле Левека (в безразмерной форме) [5,6]:

$$i_{lim} = \frac{1}{T_1 - t_1} \left(1.47 \left(\frac{h^2 V_0}{lD} \right)^{1/3} - 0.2 \right),$$

здесь $t_1 = 0.395$ – число переноса катионов в растворе. Для контроля произведено определение предельной плотности тока по методу касательных.

Как видно на Рисунке 2 имеется полное соответствие между обеими ВАХ при $i \leq i_{lim}$ и небольшое отличие при $i > i_{lim}$.

Это показывает адекватность модели и вычисления ВАХ.

Заключение

В статье впервые предложена математическая модель стационарного переноса ионов бинарной соли в гальваностатическом режиме для электромембранных систем на примере КО ЭДА. На основе этой модели разработан алгоритм расчета ВАХ. Результаты работы, очевидно, справедливы при выполнении условия соленоидальности плотности тока и для нестационарного переноса ионов бинарной соли в гальванодинамическом режиме.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта 19-08-00252 А «Теоретическое и экспериментальное исследование вольтамперных характеристик электромембранных систем».

ЛИТЕРАТУРА

1. Чубырь Н.О., Коваленко А.В., Уртенев М.Х. *Двумерные математические модели переноса бинарного электролита в мембранных системах. (численный и асимптотический анализ)*. Краснодар, 2012.
2. Chubyr N.O. *About one particular solution of QECS tasks/ Ion transport in organic and inorganic membranes. Book of abstracts*. 2009.
3. Коваленко А.В., Узденова А.М., Уртенев М.Х. 2D моделирование переноса ионов соли для бинарного электролита в гальванодинамическом режиме. *Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества*. 2013;(3):63-76.
4. Ньюмен Дж. *Электрохимические системы*. Мир; 1977.
5. Nikonenko, V.V.; Vasil'eva, V.I.; Akberova, E.M.; Uzdenova, A.M.; Urtenov, M.K.; Kovalenko, A.V.; Pismenskaya, N.D.; Mareev, S.A.; Pourcelly, G. Competition between diffusion and electroconvection at an ion-selective surface in intensive current regimes. *Adv. Colloid Interface Sci.* 2016;(235):146-233, <https://doi.org/10.1016/j.cis.2016.06.014>.
6. Gil V.V., Andreeva M.A., Jansezian L., Han J., Pismenskaya N.D., Nikonenko V.V., Larchet C., Dammak L. Impact of heterogeneous cation-exchange membrane surface modification on chronopotentiometric and current-voltage characteristics in NaCl, CaCl₂ and MgCl₂ solutions. *Electrochimica Acta.* 2018;281:472-485. DOI: 10.1016/j.electacta.2018.05.195.

REFERENCES

1. Chubyr N. O., Kovalenko A.V., Urtenov M. H. *Two-Dimensional mathematical models of binary electrolyte transfer in membrane systems. (numerical and asymptotic analysis)*. Krasnodar.2012.
2. Chubyr N. O. *About one particular solution of QECS tasks/ Ion transport in organic and inorganic membranes. Book of abstracts*. 2009.
3. Kovalenko A.V., Uzdenova A. M., Urtenov M. H. 2D modeling of salt ion transport for binary electrolyte in galvanodynamic mode *Ecological Bulletin of scientific centers of the black sea economic cooperation*. 2013;(3):63-76.
4. Newman J. *Electrochemical system*. Mir, 1977.
5. Nikonenko, V. V.; Vasil'eva, V. I.; Akberova, E. M.; Uzdenova, A. M.; Urtenov, M. K.; Kovalenko, A. V.; Pismenskaya, N. D.; Mareev, S. A.; Pourcelly, G. Competition between diffusion and electroconvection at an ion-selective surface in intensive current regulations. *Adv. Colloid Interface Sci.* 2016, 235, 233-146, <https://doi.org/10.1016/j.cis.2016.06.014>.
6. Gil, V.V. Andreeva M.A., Jansezian L., Han J., Pismenskaya N.D., Nikonenko V.V., Larchet C., Dammak L. Impact of heterogenic cation-exchange membrane surface modification on chronopotentiometric and current-voltage characteristics in NaCl, CaCl₂ and MgCl₂ solutions. *Electrochimica Acta.* 2018;281:472-485. DOI: 10.1016/j.electacta.2018.05.195

