УДК 519.713.1

doi: 10.26102/2310-6018/2019.24.1.037

А.А. Уманов

ИССЛЕДОВАНИЕ АБСТРАКТНОГО КЛЕТОЧНОГО АВТОМАТА НЕЗАВИСИМОГО ОТ ВРЕМЕНИ

Уральский технический институт связи и информатики (филиал) федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики», Екатеринбург, Россия

Актуальность исследования обусловлена всё возрастающим количеством, как вычислительных ядер у отдельно взятого вычислительного устройства, так и обшего числа таких устройств. При этом многие алгоритмы рассчитаны на работу в строго определенной последовательности, в результате чего, либо часть вычислительной мощности простаивает, либо поверх основных вычислений достраивается дополнительная логика, которая не только усложняет разработку, но и требует дополнительных вычислений, единственной целью которых является синхронизация между узлами/ядрами/потоками. В связи с этим, данное исследование направлено на выявление способа выполнения вычислений без необходимости синхронизации как таковой, на примере работы клеточного автомата. Ведущим методом исследования данной проблемы является математическое и компьютерное моделирование работы клеточного автомата, позволяющие комплексно рассмотреть первопричину возникновения необходимости выполнения синхронизации – времени. В статье представлен способ описания клеточного автомата, в котором исключены все излишние сущности, одной из которых стало время, в результате чего исчезла необходимость и в синхронизации. Выявлены ключевые сущности, которых достаточно для полноценного описания работы произвольного клеточного автомата. Обоснована применимость минимального набора сущностей на примере элементарного одномерного клеточного автомата.

Ключевые слова: клеточный автомат, абстрактный клеточный автомат, правило, состояние, суперпозиция, пространство, время, матрица.

1. Введение

Существует множество работ, которые используют клеточные автоматы как способ моделирования реальных физических процессов, причем начиная от явлений квантового мира [1] и заканчивая моделированием эпидемий [2] или социальных взаимодействий [3], что показывают достаточно интересные результаты. Но исследования, направленные в обратном направлении найти достаточно сложно. Поскольку базовые принципы, описывающие работу клеточных автоматов (КА), уже устоялись и их используют в качестве базы, на которой поведение

КА уже только усложняется при помощи надстроек и более сложных правил.

Если клеточные автоматы используют для создания и изучения моделей, что описывают реальные физические объекты и явления, то почему бы не использовать модели, при помощи которых описывают физические объекты, для изучения клеточных автоматов?

Рассматривая такое понятие как КА можно увидеть, что он определяется как бесконечно (реже конечное) множество ячеек, которые меняют своё состояние с каждым тактом времени по определенным правилам на следующее. Однако такое определение КА вызывает дополнительные вопросы. Например, в определениях фигурирует такое понятие как время, которое считается очевидным и само собой разумеющимся, однако при этом клеточные автоматы позиционируются как модель для параллельных вычислений, позволяющая одновременно выполнять множество вычислений. Определим время при помощи логических часов, т.е. каждое изменение состояния будет минимальным шагом времени. При этом, в соответствии с определением КА, все ячейки должны менять своё состояние единовременно. Если одна из ячеек выполнит переход с задержкой хотя бы в один такт, то общее состояние КА станет отличным от ожидаемого. Поэтому для корректной работы, помимо основных вычислений, необходима так же постоянная синхронизация (например, при помощи логических часов), для того чтобы вычисления во всех клетках шли в такт друг с другом.

На этом моменте и возникает противоречие. Описание КА, позиционируемого как модель параллельных вычислений, оперирует понятием единого, общего времени для каждой из ячеек. Это требует включения дополнительного описания механизма синхронизации. Работа параллельных, и тем более распределенных систем, должна как можно меньше быть связана общими характеристиками, в частности временем, поскольку их наличие вынуждает выполнять дополнительные вычисления для синхронизации между ячейками, помимо основных вычислении. Вычислительные ресурсы, расходуемые на синхронизацию параллельных вычислений, могут сильно нивелировать преимущества таких вычислений, в сравнении с однопоточными.

Целью работы является формулировка определения и описания абстрактного КА (АКА), в котором отсутствовало бы понятие общего времени в частности, и времени как такового вообще. Поскольку в классическом КА все вычисления хотя и выполняются параллельно, но они выполняются синхронно. Так, например если одна отдельно взятая клетка

из множества выполнит не одно, а два вычисления – это конечном итоге может изменить ход эволюции всей системы. Для того, чтобы не допускать таких сбоев необходимо поддерживать синхронность между всеми клетками, что обычно обеспечивается едиными для всех клеток тактами времени. Однако если систему, основанную на классическом КА, распределить на несколько устройств, в каждом из которых свои такты и своё время, то поддержание такой синхронности уже будет требовать дополнительных механизмов, а следовательно, и дополнительных вычислительных затрат. Если таких устройств будет сотни или тысячи, то затраты на синхронизацию значительно возрастут. В результате модель вычисления на основе классического КА работает корректно только до тех пор, пока находится в системе с единым временем, но в отсутствии такового работа может нарушиться, что накладывает серьёзное ограничение на масштабируемость такой системы. Таким образом создание АКА независимого от времени является важной задачей, решение которой может позволить выполнять параллельные вычисления, но при этом исключить необходимость синхронизации как таковую.

Для достижения поставленной цели в первую очередь определение КА будет разбито на базовые сущности. После анализа составных частей будет сформулировано определение АКА, которое будет содержать минимально возможный набор сущностей. Далее, на основании определения АКА, будет сформулировано математическое описание АКА, после чего, используя полученные уравнения, будут описаны несколько КА для проверки корректности и применимости полученного решения.

2 Материалы и методы

2.1 Определение КА

Существуют различные определения КА которые описывают его как пару [4], тройку [5], четверку [6], шестерку [7] объектов, но в каждом из случаев участвует время, оно является неотъемлемой часть всех определений КА. Элементарные КА хорошо описаны в книге Вольфрама [8]. Однако даже элементарные, называемые ещё одномерными, КА порождают достаточно разнообразное поведение, не говоря уже о более сложных примерах, таких как широко известный пример КА — игра «Жизнь» — клеточный автомат, придуманный Джоном Конвеем в 1970 году [9]. При этом даже элементарные КА в действительности не столь «элементарны». Каждый «одномерный» «элементарный» КА обладает не одним, а двумя измерениями — пространственным и временным. Аналогично и для всех других размерностей КА время считается особым измерением, которое обладает иными свойствами, отличными от свойств

пространства, а также считается неотъемлемой частью любого КА, которая есть по умолчанию.

Классическое определение КА описывает несколько ключевых сущностей: «Пространство», «Состояние», «Правило перехода», «Окрестность», «Время», «Ячейка».

Если максимально исключить все вторичные дополнения из определения, то кратко его можно сформулировать следующим образом:

Клеточный автомат — это ячейки в пространстве, изменяющие своё состояние во времени в соответствии с правилами перехода в зависимости от собственного состояния и состояния соседних ячеек в некоторой окрестности.

Однако данное определение не подходит для описания АКА, поскольку содержит «Время», поэтому необходимо исключить из него «Время» тем самым уменьшив количество требуемых для определения АКА сущностей.

Для решения поставленной задачи необходимо сформулировать определение АКА. Далее на основании определения сформировать математическое описание АКА. И наконец, на основе математического описания выполнить моделирование работы классического КА, но работающего в соответствии с сформулированными определением и математическим описанием.

2.2 Анализ определения КА и формулировка определения АКА.

Абстрактный клеточный автомат – это состояние, изменяющееся в соответствии с правилами перехода.

В таком виде из определения убрано не только «Время», но также и «Пространство», и «Окрестность», что может показаться странным, ведь КА всегда представлялся как n-мерное пространство из ячеек, что меняется во времени. Однако в этом определении отсутствует как «Время», так и «Пространство».

Но попробуем рассмотреть АКА с точки зрения оставшихся сущностей, ведь если их будет достаточно для описания КА, то значит, что привлечение дополнительных было излишне.

Теперь определим те немногие сущности, что остались в определении АКА, а именно «Состояние» и «Правило перехода».

Состояние — это неопределенное, но вполне конкретное значение, которому можно дать название, однако его нельзя определить, поскольку тогда это уже будет не состояние, а то, чем его определили. В качестве возможных определений могут быть: Элемент множества всех множеств, как математическое описание, ссылка на объект, как элемент программы,

факт наличие автомобиля, как ответ на вопрос задачи, $|0\rangle + |1\rangle$, как суперпозиция состояний «0» и «1» [10], «Красность» как квалиа [11].

Такое допущение необходимо поскольку при попытке определения состояния, ему тут же будут присвоены все свойства, правила и закономерности, что связаны с определением и состояние перестает быть состоянием в своём исходном значении, при этом состояние может быть поименовано для удобства. Однако несмотря на такую неоднозначность определения состояния, этого более чем достаточно, поскольку чем именно является состояние для функционирования АКА не играет никакой роли, а потому и более точно определение не имеет для АКА никакого практического смысла.

В дальнейшем если для описания достаточно двух состояний, то могут использоваться классические «в» и «п» клетки, или же нумероваться числами «0», «1», «2», «3» и т.д., что позволяет описать большее число состояний. Однако стоит помнить, что это не цвета и не числа в своём изначальном понимании. Числа обладают порядком, но именование состояние числами при этом не обязывает их к какому-либо порядку, и использованы лишь для удобства их отличия друг от друга. В дальнейшем всё что находится в кавычках это является названиями «состояний» т.е. просто текстовой строкой, используемой для удобства именования абстрактного состояния, а потому этот текст может быть произвольной длины и состоять из произвольных символов. Выделение названия |состояния) с одной стороны прямой, а с другой угловой скобкой является состоянием, находящимся в суперпозиции.

Правило перехода — это возможность изменения состояния. Например: состояние «0» должно перейти в состояние «1» — является правилом перехода, которое говорит о возможности смены одного состояния на другое. В дальнейшем совокупность состояний и правил переходов будет называться миром АКА. Мир АКА строго следует правилам перехода. Совокупность состояний и правил перехода между ними составляют полное и исчерпывающее описание любого мира АКА.

2.3 Анализ математического описания АКА

Абстрактный клеточный автомат — это состояние, изменяющееся в соответствии с правилами перехода.

На основании сформулированного определения опишем АКА с использованием уравнений. Любая клетка любого КА начинает выполнение из определенного состояния. Поэтому в первую очередь необходимо определить само начальное состояние (1) как вектор диной п. Каждое значение вектора начального состояния говорит о возможности нахождения

в том или ином состоянии. «1» — может находится, «0» — нахождение в соответствующем состоянии невозможно. Если в векторе начального состояния более одной единицы, то это обозначает суперпозицию нескольких состояний:

$$\vec{A} = (a_0, a_1, \cdots, a_n) \tag{1}$$

Если большинство состояний суперпозиции невозможны т.е. равны «0», то допустимо использование более краткой формы записи как:

$$\vec{A} = (a_0, a_1, 0, 0, \dots, 0) = |0\rangle + |1\rangle$$
 (2)

Для преобразования вектора в определенное состояние используем функцию OR, которая будет выбирать возможное состояние из вектора (3). Если в векторе есть более одного состояния с «1», то выбор осуществляется произвольным образом, например случайным:

$$n = OR((0,0,\cdots,0,0,a_n))$$
(3)

Следующим шагом необходимо определить правила перехода самого мира АКА, в соответствии с которыми будет меняться исходное состояние. Для этого воспользуемся матрицей переходов (4). Матрица переходов представляет собой обычную матрицу [12] размером п на m где n — это количество возможных состояний в которые может быть выполнен переход, m — это количество возможных состояний из которые может быть выполнен переход. Каждый элемент этой матрицы представляет собой булево значение, где «0» означает, что из состояния, соответствующего выбранной строке невозможно перейти в состояние, соответствующее выбранному столбцу, а «1», соответственно, что переход возможен. Если в строке находится ровно одно значение «1», то это означает, что переход из данной строки возможен только в одно состояние. Если в строке более одной «1», то переход возможен в состояния, соответствующие каждому из столбцов, в которых находится «1». Если в строке нет ни одной «1», то значит, что переход из этого состояния невозможен:

$$\mathbf{u}_{i} = \begin{bmatrix} u_{00} & u_{10} & \cdots & u_{n0} \\ u_{01} & u_{11} & \cdots & u_{n1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{0m} & u_{1m} & \cdots & u_{nm} \end{bmatrix}$$
(4)

Поскольку в мирах АКА предполагается возможность нескольких направлений движения, то представим совокупность нескольких правил переходов как вектор:

$$\vec{U} = (\mathbf{u}_0, \mathbf{u}_1, \cdots, \mathbf{u}_k) \tag{5}$$

В котором каждый элемент является матрицей переходов для определенного правила (4).

При использовании нескольких матриц переходов, необходимо так же определить, каким образом они будут связаны для того, чтобы мир АКА был в действительности двухмерным. Наглядно разница между миром с двумя направлениями движения и двухмерным миром показана на Рисунке 1.

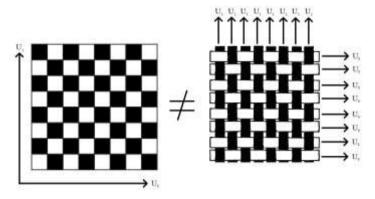


Рисунок 1 — Разница между двухмерным миром KA и миром KA с двумя направлениями перемещения.

Поскольку правила переходов представлены как матрицы, и при вычислении следующего состояния необходимо выполнять произведение, то порядок выполнение перемещений может оказать на результат, и в общем случае результат перемещения «вниз» и «вправо» может отличаться от результата перемещения «вправо» и «вниз»:

$$u_0 \cdot u_1 \neq u_1 \cdot u_0 \tag{6}$$

Таким образом для того, чтобы определить результат перемещения на одну клетку в каждом из двух направлений необходима формула, которая бы учитывала все возможные пути перемещения до клетки, или же другими словами — произведение матриц во всех возможных порядках. После получения всех произведений их необходимо преобразовать в единый результат, для чего для всех полученных матриц необходимо выполнить

произведение Адамара [13]. Ниже представлена полученная формула для перемещения на одну клетку по двум направлениям:

$$U_{(1,1)} = (u_0 \cdot u_1) \circ (u_1 \cdot u_0) \tag{7}$$

Однако запись в виде, представленном в формуле (7) становиться значительно больше при вычислении состояния клеток, находящихся на большем расстоянии. Так для перехода на две клетки в двух направлениях (8) (Рисунок 2) или на одну клетку в трех направлениях (9) требуется уже шесть произведений Адамара, в каждом из которых ещё соответствующее количеству шагов, обычных произведений. Для вычисления состояния, находящегося в трех шагах для каждого из двух направлений, потребуется 20 произведений Адамара, а для трех шагов в трех направлениях уже 1410 произведений Адамара.

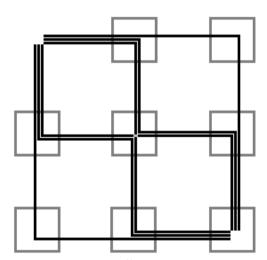


Рисунок 2 – Шесть возможных путей для двух шагов в двух направлениях.

Для записи следующих формул следующего виде в более кратком виде:

$$U_{(2,2)} = (u_0 \cdot u_0 \cdot u_1 \cdot u_1) \circ (u_0 \cdot u_1 \cdot u_0 \cdot u_1) \circ (u_0 \cdot u_1 \cdot u_1 \cdot u_0) \circ (u_1 \cdot u_0 \cdot u_1) \circ (u_1 \cdot u_0 \cdot u_1 \cdot u_0) \circ (u_1 \cdot u_1 \cdot u_0 \cdot u_0)$$
(8)

$$U_{(1,1,1)} = (u_0 \cdot u_1 \cdot u_2) \circ (u_0 \cdot u_2 \cdot u_1) \circ (u_1 \cdot u_0 \cdot u_2) \circ (u_1 \cdot u_2 \cdot u_0) \circ (u_2 \cdot u_1 \cdot u_0)$$

$$(u_0 \cdot u_1) \circ (u_2 \cdot u_1 \cdot u_0)$$

$$(9)$$

Определим операцию для получения произведения Адамара для всех возможных комбинаций произведений матриц переходов U в количестве

указанном советующему п. Выполняется операция для вектора содержащего матрицы переходов и вектора, содержащего количество шагов, выполняемых для каждой из соответствующих матриц. Обозначим операцию символом © (9).

$$U_{\vec{M}} = \vec{U} \odot \vec{M} \tag{10}$$

перехода в соответствии с вектором правил U на вектор перемещения M по всем возможным путям перемещения. Важным свойством оператора ① является то, что при вычислении результата используется произведение Адамара, которое обладает свойствами коммутативности ассоциативности. Эти свойства позволяют выполнять вычисление состояний параллельно и в произвольном порядке. Так же вектор правил может содержать не только матрицы одинаковых размеров, но и различных, однако если из-за различия в размерах матрицы не могут быть перемножены, то такой путь считается невозможным, а следовательно, исключается из итогового произведения. Если в соответствии с вектором М не существует ни одного возможного пути, то такое перемещение будем называть невозможным.

Объединив всё вышесказанное, получается формула АКА (11), которая описывает АКА как состояние F, которое является результатом выбора из вектора состояний, полученного как результата умножения вектора начального состояния A_0 на результат выполнения оператора \odot от вектора матриц всех правил перехода U на вектор перемещения M.

$$F_{\vec{M}} = OR(\overrightarrow{A_0} \cdot \vec{U} \odot \vec{M}) \tag{11}$$

Данное описание полностью соответствует поставленным перед ним требованиям, поскольку формула, описывающая АКА, не содержит понятия как «время», «пространства», «окрестность», при этом оперируя исключительно понятиями «состояние», описываемое как вектор состояний и «правило перехода», описываемое как матрица переходов. Начальное состояние может быть произвольным, как и вектор перемещения. Эти параметры, как и преобразование с помощью функции ОR необходимы только для того, чтобы получить конечный, объективный результат, который будет иметь определенное значение. При этом как выбор начального состояния, так и вектор перемещения полностью зависят от выбора правил перехода. Соответственно для описания правил мира АКА

достаточно лишь вектора правил перехода, а остальные параметры необходимы только уже при непосредственной реализации КА.

Таким образом описание AKA состоит только из вектора матриц переходов и только из них. Всё остальное уже будет частными случаями при реализации определенных KA.

2.4 Моделирование КА на основе описания АКА.

Рассмотрим несколько примеров построения КА на основе описания АКА. Первое что обходимо выбрать при построении КА это схему соединения каждой ячейки АКА для получения общей структуры. В качестве простого примера воспользуемся классическим двухмерным полем, в котором каждая ячейка соединена по вертикали и горизонтали. В общем случае АКА в таком построении должен обладать четырьмя матрицами переходов, как изображено на Рисунке 3, однако это вовсе не обязательное требование.

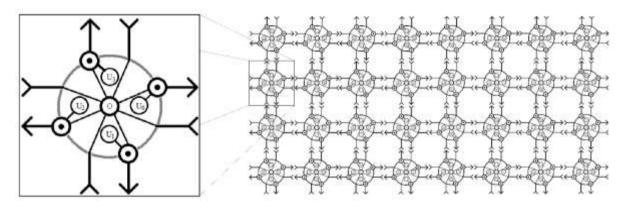


Рисунок 3 – Ячейка АКА и схема построения двухмерного КА.

В качестве более конкретного примера опишем АКА для представления натурального числа в двоичном виде. Для этого потребуется три матрицы переходов (12), причем третья нужна только для более привычного визуального представления, где белым цветом будут обозначены ячейки обозначающие нули, а черным единицы. Серым же цветом выделены служебные состояния, которые будут находиться на границе, за которой значения не определены.

$$\overrightarrow{U_{\mathbb{N}_{2}}} = \left(\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \tag{12}$$

Поскольку используются всего три матрицы перехода, то схема подключения может быть упрощена (Рисунок 4).

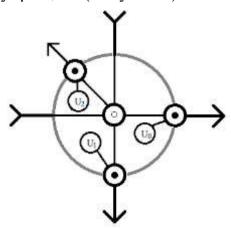


Рисунок 4 – Ячейка КА двоичного представления натуральных чисел.

Установив начальное состояние всего для одного углового элемента в состояние «0», то результатом будет заполнение ячеек двоичными представлениями последовательности натуральных чисел (Рисунок 5).

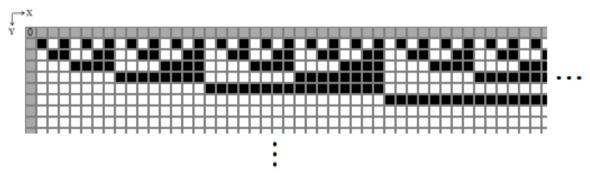


Рисунок 5 — Результат работы KA для двоичного представления натуральных чисел.

Последним примером буде классический элементарный одномерный КА для правила 110 по Вольфраму. Для этого необходимо четыре матрицы переходов (13). Две для перемещения по горизонтали, одна для перемещения по вертикали и одна, так же, как и в предыдущем примере, для сокращения числа состояний для представления в более привычном виде. Ячейка КА представлена на Рисунке 6.

$$\overrightarrow{U_{rule110}} = \begin{pmatrix}
\begin{bmatrix}
1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0
\end{pmatrix}, \begin{bmatrix}
1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{pmatrix}, \begin{bmatrix}
1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}
1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}
1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}
1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}
1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}
1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}
1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}
1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}
1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}
1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}
1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}
1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0
\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}
1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0
\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}
1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0$$

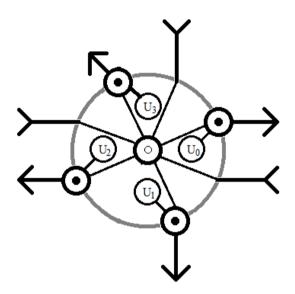


Рисунок 6 – Ячейка КА для правила 110

Однако в отличии от предыдущего примера определения состояния всего одной ячейки недостаточно чтобы возможно было определить состояния всех остальных, так определив некоторое количество состояний ячеек в начальной строке результатом будет то, что представлено на Рисунке 7.

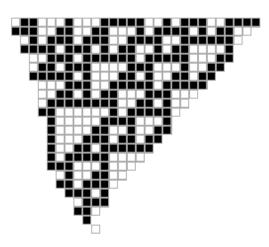


Рисунок 7 – Результат работы КА для правила 110.

3 Результаты и их обсуждение

В результате было получено определение и математическое описание АКА не содержащие времени, что позволяет утверждать, что наличие времени при описании КА является избыточным и требуется только уже при реализации КА на реальных вычислительных устройствах, однако при работе с КА как математической моделью время вовсе не является обязательным.

Помимо основного преимущества, в виде отсутствия времени, АКА также предоставляет ряд дополнительных преимуществ перед классическим определением КА:

- 1. Все правила, по которым будет работать КА представлены в единообразном виде, в виде матриц переходов.
- 2. Универсальность представления в виде матриц переходов позволят рассматривать и сравнивать различные по своей природе КА.
 - 3. Отстраненность от таких понятий как «время» и «пространство»
- 4. Из-за отсутствия времени, в КА построенном на основе АКА, отсутствует необходимость синхронизации.
- 5. Возможность работы не только с дискретными состояниями, но с суперпозицией множества состояний.
- 6. Простота выполнения переходов по средствам простого умножения матриц.
- 7. Абстрактность определения «Состояния» позволяет использовать в качестве него любую удобную форму представления, будь то «1» и «0», черные и белые клетки или что-либо другое соответствующее предметной области применения КА.
- 8. Возможность включение матрицы перехода, для получения состояния удобного для визуального отображения. Что позволяет одновременно объединить сложную внутреннюю логику и простое внешнее представление в рамках одной модели без привлечения дополнительных инструментов.

4 Заключение

Результатом работы является то, что было сформулировано определение АКА, в котором исключено понятие «время», «пространства», окрестность, которые являются следствием «правил перехода». Благодаря чему количество компонентов АКА сведено всего лишь до двух понятий «Состояние» и «Правило перехода», причем «Состояние» являясь абстрактной сущностью не вносит значительного вклада в определения

АКА, оставляя таким образом значимым лишь единственное понятие «Правило перехода». При этом сами правила перехода сформулированы в виде матриц, что дает преимущества при работе с ними на вычислительных устройствах. Так же КА построенные на основе АКА могут работать параллельно, поскольку порядок вычисления состояния любой из клеток не имеет значения для конечного результата. Помимо этого АКА обладают и рядом других преимуществ, такими как применимость единообразного описания различных КА, работа с суперпозицией состояний и многие другие.

Сформулированное определение опробовано на классических «элементарных» «одномерных» KA. что показало практическую применимость АКА к уже существующим понятиям КА. Помимо этого, сформированы матрицы переходов, что описывают мир КА, результат работы которого выводит двоичное представление ряда натуральных чисел, таким образом на прямую связывая такие понятия как натуральное число и мир КА, что открывает дополнительное простор для исследования чисел и вычислений с точки зрения КА.

На данный момент сформулировано только описание отдельной клетка на основе АКА, при этом схема подключения не входит в это описание. Следующим важным этапом исследования АКА является описание не только отдельно взятой ячейки, но и схемы их подключения друг к другу, поскольку даже множество однородных ячеек могут быть подключены различными способами, в результате чего может наблюдаться совершенно различное поведение.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Моделирование квантовых цепей на виртуальном клеточном автомате /Матвеева И.В. —№5.—СПб: Известия СПбГЭТУ ЛЭТИ, 2011.—33-39с.
- 2. Адамсон, Н.Н. Модель "учитель-ученики" в рамках представления клеточных автоматов, Вестник Московского государственного областного университета /Н.Н. Адамсон, Е.В. Калашников. №1. Москва: Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика, 2018. 6-15с.
- 3. Мочалова, Ю.Д. Моделирование эпидемий с использованием клеточного автомата, в сборнике: Современные инновации: теоретический и практический взгляд сборник научных трудов по материалам VIII Международной научно-практической конференции /Ю.Д. Мочалова. Москва: «Проблемы науки», 2018. 12-13с.

- 4. Витвицкий, А.А. Клеточные автоматы с динамической структурой для моделирования роста биологических тканей /А.А. Витвицкий. том 17. Новосибирск: Сиб. журн. вычисл. матем, 2014. 315-327с.
- 5. Медведев, Ю.Г. Моделирование движения поршня в газовой среде клеточным автоматом/Ю.Г. Медведев. № 4(10). ПДМ,2010. —100—108с.
- 6. Кучеренко, И.В. Об условиях разрешимости обратимости клеточных автоматов /И.В. Кучеренко. Том 11, номер 1-4. Москва: Интеллектуальные системы, 2007. 756-768с.
- 7. Титова, Е.Е. Конструирование изображений клеточными автоматами /Е.Е. Титова. Москва: Моск. гос. ун-т им. М.В. Ломоносова, 2015. 105-122c
- 8. A New Kind of Science / Stephen Wolfram. Wolfram Media, Inc, 2002. 1197 P.
- 9. The fantastic Combinations of John Conway's new solitaire game "life" /Stephen Wolfram. №4. Scientific American, 1970. 120-123c
- 10. Принципы квантовой механики /Дирак П. А. М. №4. Москва: Мир, 1979. 27с.
- 11. Mind and the World Order /Lewis, O. I. New York: C. Scribner's Sons, 1929. 455c
- 12. Sylvester Matrix [Электронный ресурс] / Weisstein, Eric W. Электрон. текстовые дан. Режим доступа: http://mathworld.wolfram.com/SylvesterMatrix.html, свободный.
- 13. The Hadamard Product [Электронный ресурс] / Million, Elizabeth. Электрон. текстовые дан. 2007: Режим доступа: http://mathworld.wolfram.com/SylvesterMatrix.html, свободный.

A.A. Umanov

RESEARCH ABSTRACT CELLULAR AUTOMAT INDEPENDENT OF TIME

Ural Technical Institute of Communications and Informatics (branch) of the Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education "Siberian State University of Telecommunications and Informatics", Yekaterinburg, Russia

The relevance of the study is due to the increasing number of computing cores from a single computing device, and the total number of such devices. At the same time, many

algorithms are designed to work in a strictly defined sequence, as a result, either part of the computing power is idle, or additional logic is added on top of the main calculations, which not only complicates the development, but also requires additional calculations, the only purpose of which is synchronization between nodes / cores / threads. In this regard, this article aims to identify how to perform calculations without the need for synchronization as such, using the example of the cellular automaton. The leading method for the study of this problem is the mathematical and computer simulation of the cellular automaton, which allows to comprehensively consider the root cause of the need to perform synchronization - time. The article presents a method of describing a cellular automaton, in which all unnecessary entities are excluded, one of which was time, as a result of which synchronization was no longer necessary. Key entities that are sufficient for a full description of the operation of an arbitrary cellular automaton are identified. The applicability of the minimum set of entities is justified by the example of an elementary one-dimensional cellular automaton. The materials of the article are of practical value for specialists in the field of mathematical modeling and information technology.

Keywords: cellular automaton, rule, state, superposition, space, time, matrix.

REFERENCES

- 1. Simulation of quantum circuits on a virtual cellular automaton / Matveyeva I.V. №5. St. Petersburg: News of St. Petersburg State Electrotechnical University LETI, 2011. 33-39P.
- 2. Adamson, N.N. Model "teacher-student" in the framework of the presentation of cellular automata, Bulletin of the Moscow State Regional University / N.N. Adamson, E.V. Kalashnikov. №1. Moscow: Bulletin of the Moscow State Regional University. Series: Physics and Mathematics, 2018. 6-15P.
- 3. Mochalova, Y.D. Simulation of epidemics using a cellular automaton, in the collection: Modern Innovations: Theoretical and Practical View, a collection of scientific papers based on the materials of the VIII International Scientific and Practical Conference / Y.D. Mochalova. Moscow: "Problems of Science", 2018. 12-13P.
- 4. Vitvitsky, A.A. Cellular automata with a dynamic structure for modeling the growth of biological tissues / A.A. Vitvitsky. volume 17. Novosibirsk: Sib. journals computed Mat, 2014. 315-327P.
- 5. Medvedev, Yu.G. Modeling the movement of a piston in a gas medium by a cellular automaton / Yu.G. Medvedev. №4 (10).-Prikl. Mechanical Engineering, 2010.-100-108P.
- 6. Kucherenko, I.V. On solvability conditions for the reversibility of cellular automata / I.V. Kucherenko. Volume 11, № 1-4. Moscow: Intellectual systems, 2007. 756-768P.
- 7. Titova, E.E. Construction of images by cellular automata. Titov. Moscow: Mosk. state un-t them. My Lomonosova, 2015. 105-122P

- 8. A New Kind of Science / Stephen Wolfram. Wolfram Media, Inc., 2002. 1197P.
- 9. Conway's new solitaire game "life" / Stephen Wolfram. №4. Scientific American, 1970. 120-123P
- 10. Principles of quantum mechanics / Dirac P. A. M. №4.-Moscow: Peace, 1979.—27P.
- 11. Mind and the World Order / Lewis, O. I.-New York: S. Scribner's Sons, 1929. 455P
- 12. Sylvester Matrix [Electronic resource] / Weisstein, Eric W. Electron. text given. Access mode: http://mathworld.wolfram.com/SylvesterMatrix.html, free.
- 13. The Hadamard Product [Electronic resource] / Million, Elizabeth. Electron. text given. 2007: Access Mode: http://mathworld.wolfram.com/SylvesterMatrix.html, free