

УДК 519.6

А. П. Карпенко, И. А. Кузьмина  
**ОПТИМАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НОВЫХ ПОТРЕБИТЕЛЕЙ  
ПО ПОДСТАНЦИЯМ ГОРОДСКОЙ РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНОЙ  
СЕТИ ЭНЕРГОСНАБЖЕНИЯ**

*Московский государственный технический  
университет им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия*

*В работе рассматривается задача распределения новых потребителей электроэнергии по трансформаторным и распределительным подстанциям городской распределительной сети электроснабжения. Задача поставлена в виде дискретной оптимизационной задачи. В статье описаны три разработанных авторами алгоритмов решения поставленной задачи: эвристический алгоритм ограниченного перебора; алгоритм, реализующий методы генетического поиска; алгоритм, основанный на построении диаграмм Вороного. Эвристический алгоритм ограниченного перебора реализует концепцию «жадных» алгоритмов, где на каждой итерации делается попытка присоединения к сети потребителя с наименьшими затратами на подключение. В алгоритме, реализующем концепцию генетического поиска, каждому потребителю в соответствие ставится один ген хромосомы, аллелью является номер подстанции, к которой будет произведено подключение. В алгоритме, основанном на построении диаграмм Вороного, на каждой итерации строятся диаграммы Вороного, определяющие для каждой подстанции (трансформаторной или распределительной) множество потребителей, для которых она является ближайшей. Сравнительный анализ разработанных алгоритмов выполнен с применением интерактивного программного комплекса ELNET. На основании проведенного анализа сделано заключение об эффективности и возможности применения всех разработанных алгоритмов для решения практически значимых задач.*

**Ключевые слова:** городская распределительная сеть энергоснабжения, распределение потребителей, генетический алгоритм, эвристический алгоритм, диаграмма Вороного.

## ВВЕДЕНИЕ

Рассматриваемая в работе городская распределительная сеть энергоснабжения (далее – энергосеть) представляет собой связанные между собой кабельными линиями (КЛ) элементы трех типов: трансформаторная подстанция (ТП), распределительная подстанция (РП), потребители. Мощность и структура энергосети зависит от размера города, мощности и числа городских потребителей (коммунально-бытовых, промышленных, транспортных и т. д.), а также от их расположения на плане города. Энергосеть подвержена постоянным изменениям – строятся новые узлы, ликвидируются старые, подключаются новые потребители, изменяются нагрузки подключенных ранее потребителей, устаревшее электротехническое оборудование заменяется на новое и т. д. Современные темпы развития мегаполисов чрезвычайно

высоки – за год энергосеть «разрастается» на 5–7%, что соответствует подключению нескольких тысяч новых потребителей и строительству десятков и даже сотен новых ТП и РП [1].

Сформировать оптимальную топологию энергосети возможно лишь при учете перспективного развития города, когда решение о строительстве новых подстанций и распределении потребителей производится с учетом перспектив развития города на несколько лет вперед. Указанная задача является многопараметрической, многокритериальной и многовариантной и требует применения эффективных средств автоматизации для ее решения.

В работе [2] представлена разработанная авторами математическая модель энергосети. В работе [3] описаны авторские методы решения задачи перспективного развития энергосети, которые сводят исходную задачу к совокупности трех следующих задач.

Задача 1 – определение оптимального числа и мест строительства новых ТП и РП. Задача 2 – отыскание оптимального варианта подключения новых потребителей к энергосети. Задача 3 – поиск схемы включения в существующую энергосеть ТП, построенных в ходе решения задачи 1.

В настоящей работе представлены алгоритмы решения задачи 2. Разработанные авторами алгоритмы решения задачи 1 приведены в работе [4]. Рассмотрение алгоритмов решения задачи 3 составит предмет самостоятельной публикации.

Задача 2 заключается в определении оптимального варианта подключения новых потребителей к энергосети. При этом считается, что для каждого подключаемого потребителя имеется хотя бы один возможный вариант подключения. При решении задачи перспективного развития энергосети разработанными авторами методами [3], выполнение данного условия обеспечивается алгоритмами решения задачи 1, т.е. определение числа и мест строительства новых ТП производится таким образом, что всем потребителям гарантируется возможность подключения к энергосети.

Задача 2 относится к классу дискретных задач оптимизации [5], и поэтому, теоретически, может быть решена полным перебором всех возможных решений [6]. Однако высокая размерность и вычислительная сложность практически значимых задач этого типа делают невозможным полный перебор и требуют применения более эффективных методов.

Значительное внимание решению данной задачи уделено как в отечественной, так и в зарубежной литературе. Так в работах [7 – 8] для выбора оптимального варианта распределения потребителей по подстанциям применены эволюционные алгоритмы, в работе [9] для решения той же задачи применены методы оптимизации на графах.

Известны работы, в которых для решения данной задачи применяются эвристические алгоритмы [10, 11].

В статье представлены три разработанных авторами алгоритма, предназначенных для решения задачи определения оптимального варианта распределения потребителей по подстанциям. Выполнена оценка эффективности этих алгоритмов.

## 1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Все подключаемые к энергосети потребители по уровню запрашиваемого напряжения разделены на две группы – потребители, подключение которых производится к РП на уровне напряжения 10 кВ, и потребители, подключение которых производится к ТП на уровне напряжения 0,4 кВ. Задачи подключения потребителей к объектам различных уровней напряжения в общем случае взаимно независимы и могут быть решены последовательно – сначала для объектов одного уровня, затем другого. Рассмотренные ниже алгоритмы подразумевают решение задачи в части подключения потребителей к ТП, однако могут быть применены и для определения оптимального распределения новых потребителей по РП энергосети.

Обозначим множество подключаемых к энергосети потребителей  $C = \{ C_i, i \in [1... |C|] \}$ , а множество ТП –  $T = \{ T_i, i \in [1... |T|] \}$ . Здесь и далее запись вида  $|A|$  (где  $A$  – набор некоторых элементов) означает мощность (число элементов) этого набора.

Вектор варьируемых параметров задачи представлен в виде

$$\mathbf{X} = \{ X_i \}, i \in [1... |C|],$$

где значение параметра  $X_i$  выбирается из совокупности уникальных номеров ТП  $\mathbf{H} = \{ H_i, i \in [1... |T|] \}$ .

На ряд параметров объектов множества  $T$  наложены ограничения типа неравенств и равенств, которые формализуем в форме ограничений на компоненты вектора варьируемых параметров вида

$$\mathbf{W}(\mathbf{X}) \geq 0, \quad (1)$$

где  $\mathbf{W}(\mathbf{X}) = (W_1(\mathbf{X}), W_2(\mathbf{X}), \dots, W_{|W|}(\mathbf{X}))$ . Полагаем, что неравенство (1) выполняется покомпонентно. Ограничения (1) могут, например, задавать условия отсутствия перегрузок КЛ и ТП, ограничивать число подключаемых к ТП потребителей и т. д. Требование (1) задает область допустимых значений вектора варьируемых параметров

$$\mathbf{D} = \{ \mathbf{X} \mid \mathbf{W}(\mathbf{X}) \geq 0 \}.$$

Полагаем определенными частные критерии оптимальности  $Z_1(\mathbf{X}), Z_2(\mathbf{X}), \dots, Z_{|Z|}(\mathbf{X})$ , образующие векторный критерий оптимальности  $\mathbf{Z}(\mathbf{X})$ . Примерами частных критериев являются затраты на возведение элементов энергосети, вероятность безаварийного функционирования энергосети и пр.

Ставится задача определения в области допустимых значений вектора варьируемых параметров  $\mathbf{D}$ , такого вектора  $\mathbf{X}$ , при котором будет обеспечен минимум всех частных критериев оптимальности  $Z_i(\mathbf{X})$ :

$$\mathbf{Z}(\mathbf{X}^*) = \min_{\mathbf{X} \in \mathbf{D}} \mathbf{Z}(\mathbf{X}). \quad (2)$$

Критерии оптимальности  $Z_1(\mathbf{X}), Z_2(\mathbf{X}), \dots, Z_{|Z|}(\mathbf{X})$  в общем случае противоречат друг другу, то есть улучшение значения одного из критериев приводит к ухудшению других. Поэтому решение задачи (2) может быть только компромиссным [12].

В результате решения задачи (2) для каждого потребителя  $C_i$  определяется значение параметра  $X_i$ , задающего вариант его подключения к энергосети.

Известные методы многокритериальной оптимизации можно разделить на две группы: методы, которые не производят свертывание частных критериев в скалярный (метод справедливого компромисса, метод отклонения от идеальной точки, метод последовательных уступок и т. д.); методы, сводящие многокритериальную задачу к однокритериальной путем свертывания векторного критерия в скалярный (метод главного критерия, аддитивная линейная свертка, мультипликативная свертка и т. д.) [13].

Для решения задачи 2 в работе применена вторая группа методов. Результатом применения любого из методов данной группы является сведение многокритериальной задачи (2) к однокритериальной задаче вида

$$Z(\mathbf{X}^*) = \min_{\mathbf{X} \in \mathbf{D}} Z(\mathbf{X}), \quad (3)$$

где  $Z(\mathbf{X})$  – скалярный критерий оптимальности, например, аддитивная свертка критериев  $\mathbf{Z}(\mathbf{X})$ .

## 2. АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Решение поставленной задачи производим посредством трех алгоритмов.

*Эвристический алгоритм ограниченного перебора.* Алгоритм относится к классу так называемых «жадных» алгоритмов решения оптимизационных задач. Решение задачи достигается поочередным

добавлением в вектор решения элемента, вносящего наименьший среди всех возможных вариантов вклад в критериальную функцию (поскольку решается задача минимизации). Схема алгоритма приведена на Рисунке 1.

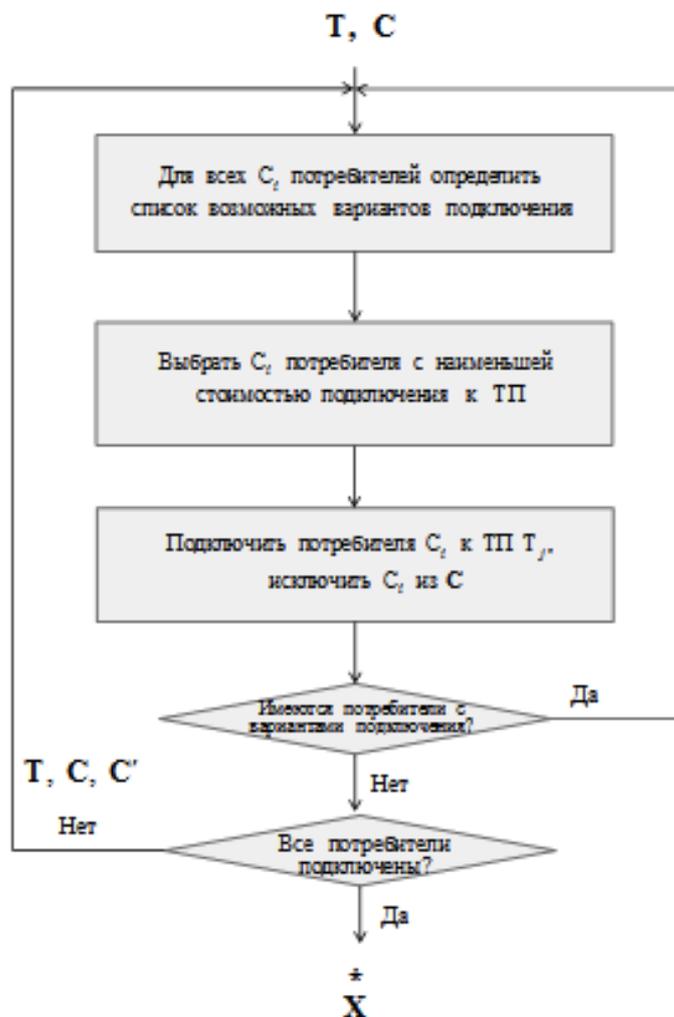


Рисунок 1 – Схема эвристического алгоритма подключения потребителей к ТП энергосети

На первом шаге алгоритма для каждого потребителя множества  $S$  производится определение списка возможных вариантов подключения его к энергосети. Далее из всех объектов множества  $S$  выбирается потребитель  $C_i$ , подключение которого к энергосети внесет наименьший вклад в критериальную функцию  $Z(X)$ . Потребитель  $C_i$  исключается из множества  $S$ , выполняется переопределение возможных вариантов подключения для всех оставшихся в  $S$  потребителей. И так далее до исчерпания множества  $S$ .

Если в результате выполнения алгоритма для одного или нескольких потребителей не найдено варианта подключения к энергосети (такие

потребители образуют множество  $C'$ ), решение задачи производится повторно, сперва для потребителей  $C_i \in C'$ , затем для остальных потребителей.

*Генетический алгоритм.* Для решения задачи посредством генетического алгоритма каждому подключаемому потребителю  $C_i$  ставится в соответствие один ген хромосомы. Значением гена (аллелью) является номер ТП, к которой будет подключен потребитель  $C_i$ . Длина хромосомы равна  $|C|$ . На Рисунке 2 приведена графическая интерпретация схемы кодирования хромосомы.

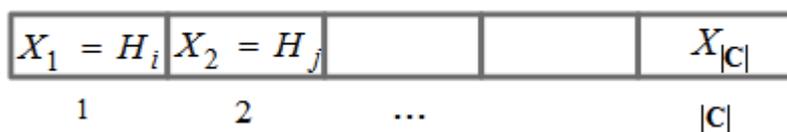


Рисунок 2 – Схема кодирования хромосомы при решении задачи с помощью генетического алгоритма

Схема решения задачи посредством генетического алгоритма представлена на Рисунке 3.

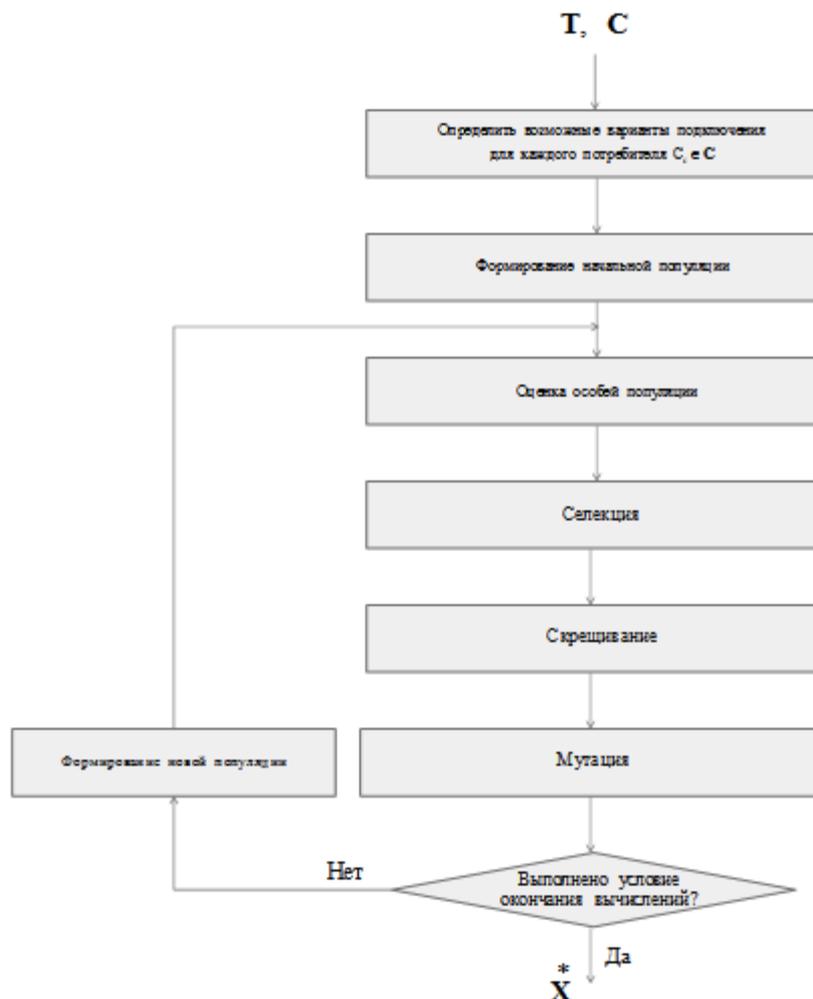


Рисунок 3 – Схема решения задачи с помощью генетического алгоритма

На первом шаге алгоритма для каждого потребителя  $C_i$  определяем список возможных вариантов подключения к энергосети. При формировании хромосом начальной популяции производим их проверку на выполнение всех наложенных на энергосеть ограничений. В случае если хромосома соответствует всем требованиям, она добавляется в начальную популяцию. Процесс продолжаем до тех пор, пока начальная популяция не будет сформирована. Далее над особями популяции производим основные действия генетического алгоритма – оценка приспособленности особей, селекция, скрещивание, мутация. Алгоритм завершает работу, когда выполняется критерий окончания вычислений.

*Алгоритм, основанный на построении диаграмм Вороного.* Диаграмма Вороного некоторого конечного множества точек на плоскости представляет собой такое разбиение этой плоскости, при котором каждая область разбиения образует множество точек, более близких к одной из точек исходного множества, нежели к любому другому элементу этого множества [14]. Схема алгоритма приведена на Рисунке 4.

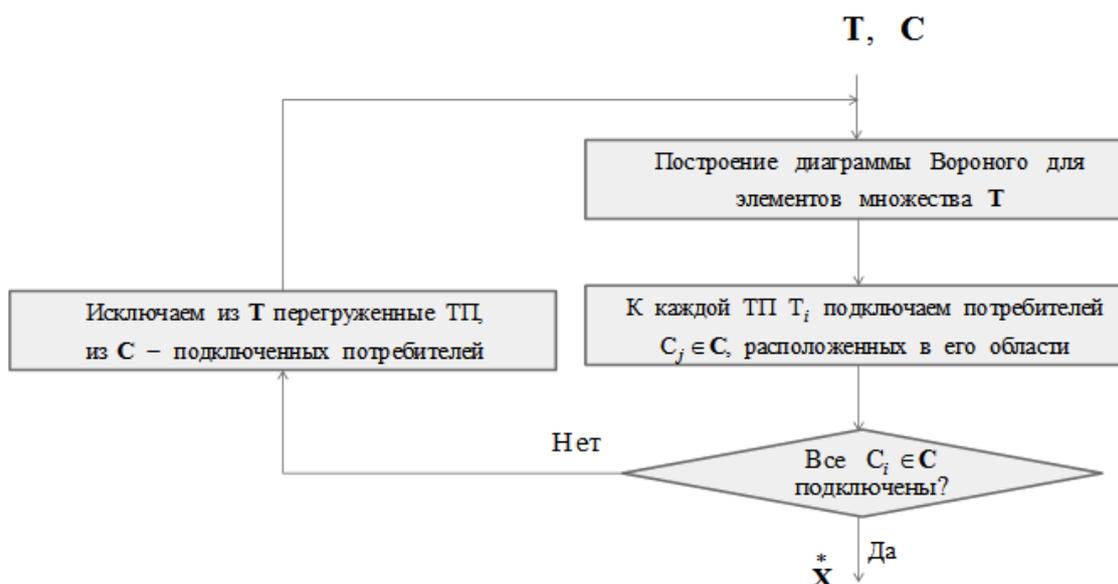


Рисунок 4 – Схема решения задачи алгоритмом построения диаграмм Вороного

На первом шаге алгоритма для ТП  $T_i \in T$  строим диаграмму Вороного. Далее для каждой ТП  $T_i$  делаем попытку подключения к ней потребителей множества  $C$ , расположенных в ее области диаграммы Вороного. Все объекты, для которых выполнены условия возможности подключения к ТП  $T_i$ , исключаем из множества  $C$ . Также из множества  $T$  исключаем ТП, к которым отсутствует возможность подключения новых потребителей (нет свободных мест для подключения к ТП, отсутствует свободная мощность и т. д.). Для оставшихся элементов множеств  $T$  и  $C$  производим повторное построение диаграммы. Алгоритм прекращает работу, когда во множестве  $C$  не останется ни одного элемента либо на очередном шаге работы алгоритма не будет ни одного возможного варианта подключения потребителей к ТП.

### 3. СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ АЛГОРИТМОВ

Оценка эффективности алгоритмов произведена в программном комплексе ELNET [15].

Результаты решения задачи 2 на картах сети малой размерности (включающей в себя 5 ТП и 35 потребителей) для всех разработанных алгоритмов совпадают с точным решением задачи. Пример карты сети приведен на Рисунке 5.



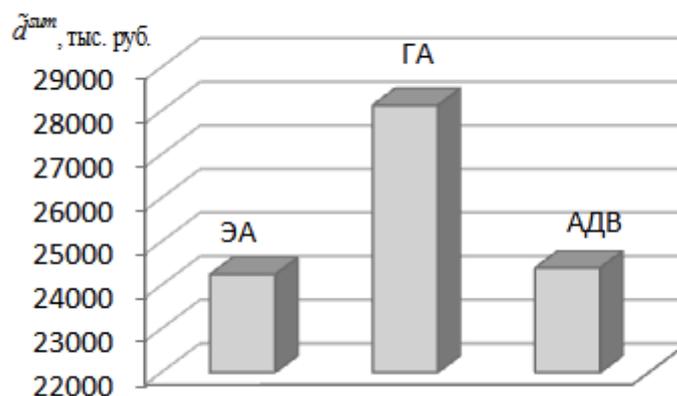
Рисунок 5 – Пример карты сети: ○ – подключаемый потребитель; ● – ТП

Анализ эффективности алгоритмов на картах большей размерности выполнен на наборе из 20 тестовых карт, каждая из которых включает в себя 100 потребителей и от 16 до 19 ТП, обеспечивающих для каждого подключаемого к энергосети потребителя хотя бы один допустимый вариант подключения. Для каждой тестовой карты выполнено решение задачи с помощью эвристического алгоритма, генетического алгоритма и алгоритма на основе диаграмм Вороного. Поскольку результаты решения задачи во всех случаях могут зависеть от начального приближения, использован мультистарт из 30 запусков алгоритма и осреднение полученных результатов.

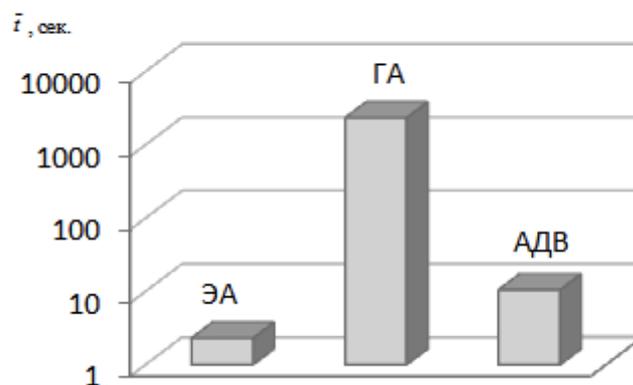
Сравнительный анализ решений производим по двум индикаторам качества:

- средняя суммарная стоимость построенных КЛ –  $\tilde{d}^{sum}$  ;
- среднее время выполнения расчетов –  $\tilde{t}$  .

Некоторые результаты исследования приведены на Рисунке 6. Вычислительные эксперименты с использованием генетического алгоритма проводились при следующих значениях его параметров: размер начальной популяции – 20 особей; критерий останова – стагнация.



а) Средняя стоимость строительства КЛ (20 карт)  $\tilde{d}^{sum}$ , тыс. руб.



б) Среднее время выполнения алгоритма (20 карт)  $\tilde{t}$ , сек.

Рисунок 6 – Сравнительный анализ средней стоимости строительства КЛ (а) и времени выполнения алгоритмов (б): ЭА – эвристический алгоритм; ГА – генетический алгоритм; АДВ – алгоритм на основе диаграмм Вороного

Анализ результатов вычислительного эксперимента показывает, что эвристический алгоритм и алгоритм на основе диаграмм Вороного более эффективны по индикатору  $\tilde{d}^{sum}$  в подавляющем числе случаев – 17 из 20 для эвристического алгоритма и 10 из 20 – для алгоритма на основе диаграмм Вороного. При этом в семи случаях из 20, значения индикатора  $\tilde{d}^{sum}$  у данных алгоритмов совпадают. При решении задачи с помощью генетического алгоритма, значение индикатора  $\tilde{d}^{sum}$  в среднем хуже лучшего значения для тестовой задачи на 12%. При увеличении числа подключаемых потребителей со 100 до 1000, указанные тенденции сохраняются.

Анализ зависимости среднего времени вычислений  $\tilde{t}$  от числа подключаемых к энергосети потребителей, показал существенный рост времени решения задачи с помощью генетического алгоритма – более чем в 20 раз при увеличении числа новых потребителей со 100 до 1000.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье представлены три алгоритма решения задачи оптимального подключения новых потребителей к подстанциям энергосети – эвристический алгоритм, генетический алгоритм и алгоритм на основе диаграмм Вороного.

На основании полученных в работе результатов можно сделать следующие выводы.

1) Точный алгоритм решения задачи определения варианта подключения потребителей к энергосети может быть применим только для карт малой размерности. Так, уже для карты, включающей в себя пять ТП и 25 потребителей, число возможных вариантов решения задачи составляет примерно 4 250 000, и ориентировочное время расчета на современной однопроцессорной ЭВМ – ~370 часов.

2) На картах малой размерности (пять ТП и 35 потребителей) все разработанные алгоритмы дают решение, совпадающее с точным решением.

3) На тестовых картах размерности от 100 до 1000 подключаемых потребителей лучшие показатели по индикаторам средней суммарной стоимости построенных КЛ  $\tilde{d}^{sum}$  и среднего времени выполнения расчетов  $\tilde{t}$  показывают эвристический алгоритм и алгоритм на основе диаграмм Вороного. Генетический алгоритм, в среднем, дает результат по индикатору  $\tilde{d}^{sum}$  на 12% хуже, чем у двух других алгоритмов, при этом время работы алгоритма возрастает в десятки раз с увеличением числа подключаемых потребителей.

Таким образом, все рассмотренные алгоритмы могут быть применены для решения практически значимых задач. Для повышения эффективности генетического алгоритма могут быть применены его различные модификации.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Пообъектная информация по заключенным МКС – филиалом ОАО «МОЭСК» договорам технологического присоединения в г. Москве за 2014 г. ([http://www.moesk.ru/client/raskritie\\_informacii/zayavki/#tab-ras\\_inf\\_2014-link](http://www.moesk.ru/client/raskritie_informacii/zayavki/#tab-ras_inf_2014-link)).
2. Карпенко А. П., Кузьмина И. А. Математическая модель распределительной городской сети энергоснабжения с учетом ее перспективного развития. Наука и образование, 2014. №5. (<http://technomag.bmstu.ru/doc/709781.html>).
3. Карпенко А. П., Кузьмина И. А. Методы решения задачи перспективного развития распределительной городской сети электроснабжения. Наука и образование, 2014. №10. (<http://technomag.edu.ru/doc/727891.html>).
4. Карпенко А. П., Кузьмина И. А. Определение числа и мест строительства подстанций при решении задачи перспективного развития городской распределительной сети энергоснабжения. Наука и образование, 2014. №12. (<http://technomag.bmstu.ru/doc/743490.html>).
5. Плотников А. Д. Дискретная математика: учеб.пособие. – М.: Новое издание, 2005 г. – 288 с.
6. Ковалев М. М. Дискретная оптимизация (целочисленное программирование). Изд. 2-е, стереотипное. – М.: ЕдиториалУРСС, 2003 г. – 192 с.
7. Navarro A. Large-Scale Distribution Planning–Part I: Simultaneous Network and Transformer Optimization / IEEE TRANSACTIONS ON POWER SYSTEMS, VOL. 24, NO. 2, MAY 2009
8. Miguez E. An improve branch exchange algorithm for large scale distribution network planning / E. Miguez, J. Cidras, E. Diaz-Dorado, J. L. Garcia-Dornelas // IEEE Trans. PowerSyst. – 2002. –Vol. 17, No 4.–P. 931-936.
9. Свеженцева О. В. Построение оптимальной трассы линии электропередачи с помощью алгоритмов оптимизации на графах / Всероссийская научно-практическая конференция «Повышение эффективности производства и использования энергии в условиях Сибири».– Иркутск, 2011. – С. 396-501.
10. Свеженцева О. В. Эвристический алгоритм закрепления множества потребителей за источниками питания / Всероссийская научно-практическая конференция «Повышение эффективности производства и использования энергии в условиях Сибири». – Иркутск, 2009. – С. 397-402.
11. Diaz-Dorado E. Application of evolutionary algorithms for the planning of urban distribution networks of medium voltage / IEEE Trans. Power Syst. – 2002/ – Vol. 17, No. 3. – P. 879-883.

12. Соловьев В. И. Методы оптимальных решений: Учебное пособие. – М.: Финансовый университет, 2012. – 364 с.
13. Лотов А. В., Поспелова И. И. Многокритериальные задачи принятия решений: Учебное пособие. – М.: МАКС Пресс, 2008. – 197 с.
14. Препарата Ф. Шеймос М. Вычислительная геометрия: Введение. Перевод с английского. – М.: Мир, 1989. – 478 с.
15. Кузьмина И. А. Система автоматизированного проектирования городской распределительной сети энергоснабжения с учетом перспектив развития города / XV всероссийская конференция молодых ученых по математическому моделированию и информационным технологиям 2014: программа и тезисы докладов. – Тюмень: Институт вычислительных технологий Сибирского отделения Российской академии наук, 2014. – С. 68.

A. P. Karpenko, I. A. Kuzmina

### **OPTIMAL NEW CONSUMERS DISTRIBUTION TO URBAN POWER NETWORK SUBSTATIONS**

*Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia*

*The task of distribution of new power consumers by transformer and distribution substations of the urban power distribution network is considered. The problem is presented in the form of a discrete optimization problem. The article describes three algorithms developed by the authors for solving the problem: a heuristic algorithm of limited search; algorithm that implements methods of genetic search; algorithm based on the construction of Voronoi diagrams. Heuristic algorithm of limited search implements the concept of "greedy" algorithms, where each iteration makes an attempt to connect to the consumer's network with the least connection costs. In the algorithm that realizes the concept of genetic search, each consumer is assigned one chromosome gene, the allele is the number of the substation to which the connection will be made. In the algorithm based on the construction of Voronoi diagrams, Voronoi diagrams are constructed at each iteration, determining for each substation (transformer or distribution) the set of consumers for which it is the nearest. Comparative analysis of the developed algorithms is carried out with the use of the interactive software complex ELNET. Based on the analysis, a conclusion was made about the efficiency and feasibility of using all the developed algorithms to solve practically significant problems.*

**Keywords:** urban power network, consumers distribution, genetic algorithm, heuristic algorithm, Voronoi diagram.