УДК 621.391.26
DOI: 10.26102/2310-6018/2025.51.4.027

Исследование энергетической и спектральной эффективности систем на основе сверточных кодов с мягким декодированием

Т.З. Ву, Е.И. Глушанков✉

Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича, Санкт-Петербург, Российская Федерация

Резюме. Приоритетным направлением развития современных телекоммуникационных систем является повышение энергетической эффективности, что позволяет обеспечить надежную передачу данных при минимальных затратах мощности. Тем не менее, стремление к максимальной энергетической эффективности зачастую вступает в противоречие с необходимостью высокоскоростной передачи информации в ограниченной полосе частот. Решение этого противоречия лежит в области совместного применения канального кодирования и многопозиционных схем модуляции, что и служит ключевым подходом к достижению необходимого баланса в современных системах связи. В данной работе детально анализируется эффективность этого подхода на примере комбинации сверточного кодирования с многопозиционными схемами модуляции, а именно с квадратурной фазовой манипуляцией (QPSK – Quadrature Phase Shift Keying) и квадратурной амплитудной модуляцией (QAM – Quadrature Amplitude Modulation) различных порядков. Особое внимание уделяется анализу производительности системы при использовании алгоритмов декодирования сверточных кодов с мягкими решениями. Основной целью работы является изучение стабильности передачи цифровой информации по каналу с аддитивным белым гауссовским шумом, а также количественная оценка влияния различных видов модуляции и кодовых скоростей на производительность системы. Для достижения поставленной цели был применен комбинированный подход, сочетающий теоретический анализ на основе теории кодирования и компьютерное моделирование в среде MATLAB. Одним из наиболее значимых результатов, полученных в работе, является демонстрация того, что применение мягких решений обеспечивает выигрыш в кодировании от 2 до 4 дБ по сравнению с методом жестких решений при одинаковых условиях функционирования. Представленные результаты позволяют повысить выигрыш от кодирования, а также определить компромисс между энергетической и спектральной эффективностью в системах связи.

Ключевые слова: фазовая манипуляция, квадратурная амплитудная модуляция, мягкие решения, жесткое решение, энергетическая эффективность, спектральная эффективность, MATLAB.

Для цитирования: Ву Т.З., Глушанков Е.И. Исследование энергетической и спектральной эффективности систем на основе сверточных кодов с мягким декодированием. *Моделирование, оптимизация и информационные технологии.* 2025;13(4). URL: https://moitvivt.ru/ru/journal/pdf?id=2070 DOI: 10.26102/2310-6018/2025.51.4.027

Investigation of the energy and spectral efficiency of systems based on convolutional codes with soft decoding

T.D. Vu, E.I. Glushankov✉

The Bonch-Bruevich Saint Petersburg State University of Telecommunications, Saint Petersburg, the Russian Federation

© Ву Т.З., Глушанков Е.И., 2025

Abstract. A priority in the development of modern telecommunication systems is the enhancement of energy efficiency, which ensures reliable data transmission at minimal power expenditure. Nevertheless, the pursuit of maximum energy efficiency often conflicts with the need for high-rate information transfer within a limited bandwidth – that is, with the requirement for high spectral efficiency. The solution to this contradiction lies in the joint application of channel coding and multi-level modulation schemes, which serves as the key approach to achieving the necessary balance in modern communication systems. This work presents a detailed performance analysis of systems that combine convolutional coding with higher-order modulation schemes, specifically Quadrature Phase Shift Keying (QPSK) and Quadrature Amplitude Modulation (QAM). A central focus of this investigation is the evaluation of system performance when utilizing soft-decision decoding for the convolutional codes.The primary objective is to investigate the reliability of digital information transmission over an Additive White Gaussian Noise channel, as well as to quantitatively evaluate the impact of different modulation types and code rates on system performance. To achieve the stated objective, a hybrid methodology was utilized, integrating theoretical analysis based on coding theory with numerical simulations performed in MATLAB. One of the most significant results obtained in this study is the demonstration that the application of soft-decision decoding provides a coding gain of 2 to 4 dB compared to the hard-decision decoding method under identical bandwidth conditions. The results of the in-depth analysis presented in the article make it possible to increase the coding gain, as well as to determine the trade-off between energy and spectral efficiency in practical communication systems.

Keywords: phase shift keying, quadrature amplitude modulation, soft decisions, hard decisions, energy efficiency, spectral efficiency, MATLAB.

For citation: Vu T.D., Glushankov E.I. Investigation of the energy and spectral efficiency of systems based on convolutional codes with soft decoding. *Modeling, Optimization and Information Technology*. 2025;13(4). (In Russ.). URL: https://moitvivt.ru/ru/journal/pdf?id=2070 DOI: 10.26102/2310-6018/2025.51.4.027

Введение

Основой цифровой передачи данных является модуляция – процесс отображения цифрового потока данных на физические параметры несущего сигнала с целью оптимизации передачи по каналу с ограниченной полосой пропускания. Ключевым показателем, определяющим производительность этого процесса, является спектральная эффективность (бит/с/Гц). Именно стремление к ее максимизации привело к разработке и широкому внедрению многопозиционных схем, таких как квадратурная фазовая манипуляция и квадратурная амплитудная модуляция.

Однако повышение порядка модуляции неизбежно снижает помехоустойчивость системы, что порождает фундаментальный компромисс между спектральной и энергетической эффективностью. Для решения этой проблемы и повышения надежности передачи в зашумленных каналах наиболее эффективным подходом является совместное применение помехоустойчивого кодирования, вводящего в сигнал структурированную избыточность, и многопозиционной модуляции.

Настоящая работа посвящена детальному анализу именно такого совместного подхода на примере комбинации сверточного кодирования с модуляциями QPSK и M-QAM. В качестве центрального элемента анализ рассматривается оценка эффективности при использовании декодирования с мягкими решениями, поскольку данный метод позволяет максимально реализовать потенциал помехоустойчивого кода. Таким образом, основная цель работы заключается в исследовании сочетания схем модуляции с техникой сверточного кодирования для количественной оценки улучшения надежности и общей производительности системы связи.

Материалы и методы

Исследование модуляции PSK и QAM. Фазовая манипуляция – это семейство методов цифровой модуляции, при которых передача информации осуществляется путем изменения или модуляции фазы несущего сигнала, в то время как его амплитуда остается постоянной. Общее математическое выражение для одного M-позиционного PSK-сигнала может быть записано следующим образом [1, 2]:

$$s_i(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} cos(\omega_0 t + \frac{2\pi i}{M}), i = 1, \dots, M,$$

где E – энергия символа за время длительности T, ω_0 – несущая угловая частота, M – позиционность (порядок) модуляции.

Для математического анализа модулированный сигнал эффективно представляется через его эквивалентную комплексную огибающую, обозначаемую как $S(t)$. Этот сигнал имеет вид:

$$S(t) = I(t) + iQ(t) = |S(t)|e^{i\theta(t)},$$

где $I(t)$ и $Q(t)$ являются синфазной и квадратурной компонентами соответственно. Модуль комплексной огибающей, $|S(t)| = \sqrt{I^2(t) + Q^2(t)}$, определяет ее амплитуду. На сигнальном созвездии каждый символ отображается точкой с координатами (I, Q).

Особое место среди методов фазовой модуляции занимает квадратурная фазовая манипуляция (QPSK или 4-PSK), которая является одной из ключевых и наиболее популярных технологий. Используя $M = 4$ состояния, QPSK позволяет кодировать $k = log_2 4 = 2$ бита в каждом символе, что приводит к двукратному увеличению спектральной эффективности по сравнению с двоичной ФМ (BPSK – Binary Phase Shift Keying). Сигнальное созвездие QPSK образовано четырьмя точками, расположенными на окружности под углом 90° друг к другу. В качестве фазовых значений принято выбирать а именно $\{\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}\}$. Решающие области на приемнике определяются синфазной (I) и квадратурной (Q) осями. Каждый квадрант плоскости, содержащей сигнальное созвездие, соответствует одной решающей области. Когда принятый сигнал попадает в определенный квадрант, демодулятор принимает решение о том, что был передан символ, соответствующий точке созвездия в этом квадранте.

Квадратурная амплитудная модуляция – это семейство эффективных методов цифровой модуляции, при которых информация передается путем изменения как амплитуды, так и фазы несущего сигнала. По своей сути, это комбинация амплитудной и фазовой манипуляции . Математическое представление сигнала M-QAM имеет вид:

$$s_i(t) = \sqrt{\frac{2E_i(t)}{T}} cos(\omega_0 t + \frac{2\pi i}{M}).$$

Набор координатных пар на двумерной плоскости определяет точки на сигнальном созвездии. В отличие от PSK, эти точки не ограничены одной окружностью, что позволяет им иметь различные амплитуды и фазы. Для схем M-QAM, где M является четной степенью двойки (например, 16-QAM, 64-QAM, 256-QAM), они могут рассматриваться как комбинация двух схем амплитудно-импульсной модуляции (PAM), каждая с $\sqrt{M}$ уровнями, применяемых к I и Q составляющим. В частном случае при $M = 4$, структура сигнала QAM полностью эквивалентна модуляции QPSK[1] [1].

[1] Голиков А.М. *Модуляция, кодирование и моделирование в телекоммуникационных системах. Теория и практика.* Санкт-Петербург: Лань; 2022. 452 с.

Для снижения коэффициента битовых ошибок (BER – Bit Error Rate) присвоение битовых последовательностей точкам сигнального созвездия выполняется с помощью кода Грея. Принцип кода Грея заключается в том, что битовые последовательности, представляющие соседние символы, различаются лишь на один бит. Таким образом, если уровень шума в канале оказывается достаточным для возникновения ошибки, наиболее вероятным событием является ошибочное определение переданного символа как одного из его ближайших соседей. Благодаря свойству кода Грея, такая ошибка при декодировании символа приводит к появлению лишь одной битовой ошибки в итоговой последовательности данных.

Алгоритмы демодуляции с мягкими решениями. На приемной стороне демодулятор выполняет задачу принятия решения о том, был ли передан бит 0 или 1, основываясь на принятом сигнале. Этот процесс называется демодуляцией с жесткими решениями и обычно выполняется путем сравнения значения принятого сигнала с заданным жестко выбранным порогом, что приводит к возможности потери информации и снижению производительности системы связи. Для решения данной проблемы была разработана демодуляция с мягкими решениями. Вместо принятия двоичного решения, демодулятор с мягкими решениями вычисляет и представляет степень достоверности этого решения для канального декодера:

$$L(b_i) = ln\frac{p(y|b_i=0)}{p(y|b_i=1)}.$$

Для вычисления логарифмического отношения правдоподобия (ЛОП) необходима модель канала передачи. В данной работе используется канал с АБГШ. В этой модели принятый символ y связан с переданным символом s посредством следующего уравнения $y = s + n$; где n – гауссовская случайная величина с нулевым средним значением и дисперсией шума σ^2.

Для вычисления ЛОП каждого конкретного бита необходимо рассмотреть все возможные переданные символы. Условная вероятность $p(y|b_i = d)$ при $d \in \{0,1\}$ представляет собой сумму по всем символам s в созвездии, у которых i-й бит равен d. Обозначим через S_i^d множество символов в созвездии, у которых i-й бит имеет значение d. При условии, что все передаваемые символы равновероятны, имеем:

$$p(y|b_i = d) = \sum_{s\in S_i^d} p(y|s)\,.\,p(s|b_i = d). \quad (1)$$

При передаче по каналу АБГШ, функция плотности вероятности (ФПВ) принятого сигнала y при условии, что был передан s, имеет вид[2] [3]:

$$p(y|s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{\left(-\frac{|y-s|^2}{2\sigma^2}\right)}, \quad (2)$$

где $|y - s|^2$– это квадрат евклидова расстояния между сигналами y и s.

Имеем $p(s|b_i = 1) = p(s|b_i = 0)$, из (1) и (2) можно вывести формулу для ЛОП каждого бита:

$$L(b_i) = ln\frac{p(y|b_i = 0)}{p(y|b_i = 1)} = ln\frac{\sum_{s\in S_i^0}\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}e^{\left(-\frac{|y-s|^2}{2\sigma^2}\right)}}{\sum_{s\in S_i^1}\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}e^{\left(-\frac{|y-s|^2}{2\sigma^2}\right)}} = ln\frac{\sum_{s\in S_i^0} e^{\left(-\frac{|y-s|^2}{2\sigma^2}\right)}}{\sum_{s\in S_i^1} e^{\left(-\frac{|y-s|^2}{2\sigma^2}\right)}} =$$

[2] Варгаузин В.А., Цикин И.А. *Методы повышения энергетической и спектральной эффективности цифровой радиосвязи*. Санкт-Петербург: БХВ-Петербург; 2013. 352 с.

$$= ln\left(\sum_{s\in S_i^0} e^{\left(-\frac{|y-s|^2}{2\sigma^2}\right)}\right) - ln\left(\sum_{s\in S_i^1} e^{\left(-\frac{|y-s|^2}{2\sigma^2}\right)}\right). \quad (3)$$

В соответствии с [4] алгоритм Max-Log-MAP позволяет использовать следующее приближение: $ln(\sum_i e^{x_i}) \approx \max_i(x_i)$. Применяем в (3), получаем:

$$ln\left(\sum_{s\in S_i^0} e^{\left(-\frac{|y-s|^2}{2\sigma^2}\right)}\right) - ln\left(\sum_{s\in S_i^1} e^{\left(-\frac{|y-s|^2}{2\sigma^2}\right)}\right) \approx \max_{s\in S_i^0}\left(-\frac{|y-s|^2}{2\sigma^2}\right) - \max_{s\in S_i^1}\left(-\frac{|y-s|^2}{2\sigma^2}\right).$$

Теперь цель состоит в том, чтобы найти такое s, при котором выражение $e^{\left(-\frac{|y-s|^2}{2\sigma^2}\right)}$является максимальным, что эквивалентно минимизации квадрата евклидова расстояния $|y-s|^2$. Исходя из всех приведенных представлений, ЛОП для одного бита может быть определен по следующей формуле:

$$L(b_i, y) \approx \frac{1}{2\sigma^2}\left(-\left|y-s_i^0\right|^2 + \left|y-s_i^1\right|^2\right). \quad (4)$$

Здесь s_i^0 и s_i^1– это символы из подмножеств S_i^0 и S_i^1 соответственно, обладающие наименьшим евклидовым расстоянием [4, 5] до принятого сигнала y. Математически они определяются как:

$$s_i^0 = \underset{S_i^0}{argmin}|y-s|,\ s_i^1 = \underset{S_i^1}{argmin}|y-s|.$$

Физический смысл данного подхода заключается в том, что символы созвездия, расположенные наиболее близко к принятому сигналу, рассматриваются как наиболее вероятные кандидаты на переданный символ. Именно их вклад в итоговую метрику надежности ЛОП является доминирующим.

Как было показано ранее, ключевым свойством модуляции M-QAM, где M является четной степенью двойки, является ее представимость в виде суперпозиции двух независимых схем амплитудно-импульсной модуляции. Рассмотрим данный принцип на примере модуляции 16-QAM (Рисунок 1). Ее сигнальное созвездие представляет собой симметричную относительно начала координат решетку 4×4, состоящую из 16 точек. Координаты I и Q для этих точек обычно выбираются из набора $\{\pm d, \pm 3d\}$, в данном примере они равны$\{\pm 1, \pm 3\}$. Для минимизации коэффициента битовых ошибок в таких системах применяется кодирование по Грею. Суть метода заключается в том, что 4-битная входная последовательность разделяется на две пары. Первая пара бит $(b_1 b_2)$ определяет координату на синфазной оси (I), а вторая пара $(b_3 b_4)$ – на квадратурной оси (Q). Принцип этого отображения детально проиллюстрирован в Таблице 1.

Таблица 1 – Координаты сигнальных точек на оси I / Q
Table 1 – Coordinates of signal points on the axis I / Q

b_1b_2,b_3b_4	синфазная ось I	квадратурная оси Q
00	−3	+3
01	−1	+1
11	+1	−1
10	+3	−3

Код Грея, примененный к осям I и Q, создает диаграмму созвездия 16-QAM, где любые точки созвездия отличаются всего на 1 бит. Из Рисунка 1 для первого бита (b_1), две ближайшие к принятому сигналу y точки, для которых $b_1 = 1, b_1 = 0$ – это символы (1111) и (0111) с соответствующими I/Q-координатами $(1, -1)$ и $(-1, -1)$. Следует

отметить, что бит b_1 влияет только на действительную часть сигнала. Применяя формулу (4), получаем ЛОП каждого бита:

$$L(b_1, y) \approx \frac{1}{2\sigma^2}(|I-1|^2 - |I+1|^2) = -\frac{2}{\sigma^2} I.$$

Аналогично для второго бита $b_2 = 1, b_2 = 0$, ближайшими точками являются символы (0111) и (0011) с координатами $(-1,-1)$ и $(-3,-1)$ соответственно. Отсюда вычисляем:

$$L(b_2, y) \approx \frac{1}{2\sigma^2}(|I+1|^2 - |I+3|^2) = -\frac{2}{\sigma^2}(I+2).$$

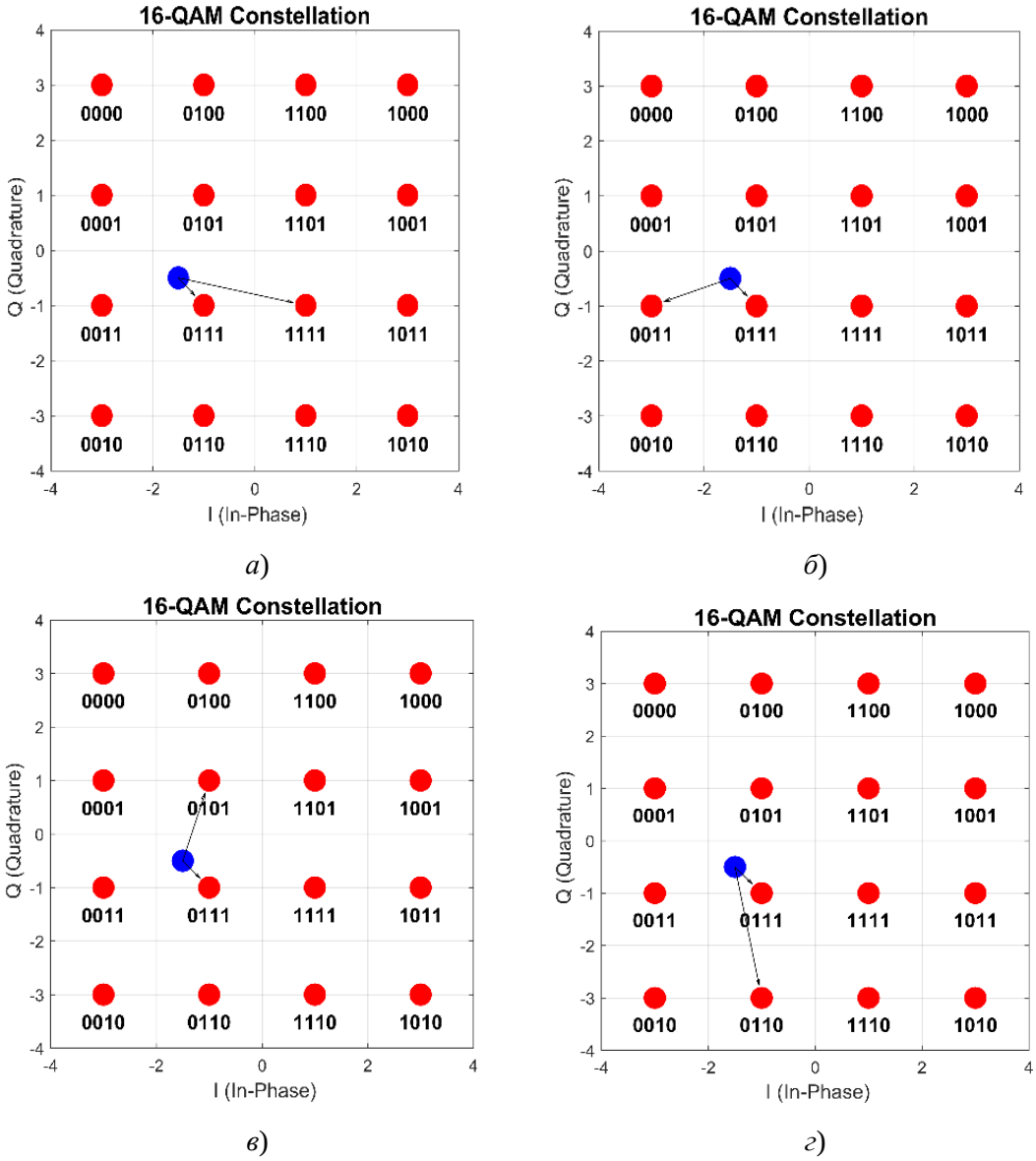


Рисунок 1 – Сигнальное созвездие модуляции 16-QAM: *а* – 1-й бит; *б* – 2-й бит; *в* – 3-й бит; *г* – 4-й бит

Figure 1 – Signal composition of 16 QAM modulation: *a* – 1st bit; *b* – 2nd bit; *c* – 3rd bit; *d* – 4th bit

Ближайшие точки для $b_3 = 1, b_3 = 0$ на I/Q-плоскости – это символы (0111) и (0101) с координатами $(-1,-1)$ и $(-1,1)$. Так как этот бит определяет значение по квадратурной оси Q, его значение ЛОП вычисляется как:

$$L(b_3, y) \approx \frac{1}{2\sigma^2}(|Q+1|^2 - |Q-1|^2) = \frac{2}{\sigma^2}Q.$$

Четвертый бит принимает значения $b_4 = 1, b_4 = 0$ в точках (0111) и (0110), которые соответствуют координатам $(-1,-1)$ и $(-1,-3)$ Рассчитанное значение ЛОП для него составляет:

$$L(b_4, y) \approx \frac{1}{2\sigma^2}(|Q+1|^2 - |Q+3|^2) = -\frac{2}{\sigma^2}(Q+2).$$

Выполняем то же самое с возможными точками на полученном созвездии 16-QAM:

$$L(b_1, y) = \begin{cases} -\frac{1}{\sigma^2}(4I+4), I < -2 \\ -\frac{2}{\sigma^2}I, -2 \le I \le 2 \\ -\frac{1}{\sigma^2}(4I-4), I > 2 \end{cases}, \; L(b_2, y) = \begin{cases} -\frac{1}{\sigma^2}(2I+4), I < 0 \\ \frac{1}{\sigma^2}(2I-4), 0 \le I \end{cases},$$

$$L(b_3, y) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma^2}(4Q+4), Q < -2 \\ \frac{2}{\sigma^2}Q, -2 \le Q \le 2 \\ \frac{1}{\sigma^2}(4Q-4), Q > 2 \end{cases}, \; L(b_4, y) = \begin{cases} -\frac{1}{\sigma^2}(2Q+4), Q < 0 \\ \frac{1}{\sigma^2}(2Q-4), Q > 0 \end{cases}.$$

Применение всей вышеприведенной логики вычислений к оставшимся формам модуляции дает значения ЛОП битов. Знак ЛОП определяет, какое из двух возможных значений бита имеет большую апостериорную вероятность. Положительное значение ЛОП свидетельствует о большей вероятности для значения 0, в то время как отрицательное указывает на большую вероятность для значения 1 [4].

Результаты и обсуждение

Моделирование в каналах PSK и QAM. Основополагающим принципом при сравнительном анализе методов цифровой модуляции является установление объективной основы для их сопоставления. Это достигается путем нормировки энергии символов, что гарантирует постоянство средней энергии на символ ($E_s = 1$) вне зависимости от порядка модуляции M.

Процесс нормировки, как правило, начинается с определения базового созвездия, точки которого задаются целочисленными координатами на осях I и Q (например, $I + jQ$, где $I, Q \in \{\pm 1, \pm 3, \dots, \pm(\sqrt{M} - 1)\}$). Далее ко всем точкам применяется единый нормировочный коэффициент p. Значение этого коэффициента является уникальным для каждого вида модуляции и вычисляется на основе геометрии созвездия так, чтобы результирующая средняя энергия символов соответствовала заранее определенному уровню (например, $E_s = 1$). Комплексные огибающие сигналы любых модуляций имеют вид $p(I + jQ)$. При нормированной по энергии $E_s = 1$ имеем следующую формулу:

$$E_s = \frac{T_s}{M}\sum_{i=1}^{M}\frac{p^2(I^2+Q^2)}{2},$$

где T_s – время передачи одного символа.

Рассмотрим время передачи одного символа $T_s = 1$. Значения p при модуляциях (QPSK, 16-QAM, 64-QAM, 256-QAM) будут иметь значения соответственно: $p = 1$, $p = \frac{1}{\sqrt{5}}$, $p = \frac{1}{\sqrt{21}}$, $p = \frac{1}{\sqrt{85}}$. Эти значения объясняют, почему с увеличением порядка модуляции евклидово расстояние между соседними точками уменьшается.

С целью повышения надежности передачи сигнала в данной симуляционной модели используется сверточное кодирование со скоростью $R = k/n$, где k – длина

входной информационной последовательности, а n – длина выходной кодовой последовательности на выходе кодера. Для удовлетворения различных требований к спектральной эффективности в работе реализуются и анализируются следующие виды модуляции: QPSK, 16-QAM, 64-QAM и 256-QAM. Повышение порядка модуляции позволяет передавать большее количество бит на один символ, увеличивая тем самым скорость передачи данных, однако это достигается ценой уменьшения евклидова расстояния между точками созвездия, что делает систему более чувствительной к шуму.

В моделировании используется сверточный код с длиной кодового ограничения $K = 7$, определяемый порождающими полиномами $G_1 = 171_8 = (1111001)_2$ и $G_2 = 133_8 = (1011011)_2$. Для достижения более высоких скоростей кодирования, таких как 2/3 и 3/4, часто используется техника выкалывания[3,4] [6], применяемая к базовому сверточному коду со скоростью 1/2. Преимущество данного подхода состоится в том, что он позволяет гибко изменять скорость кода без необходимости модификации основной структуры кодера и декодера. Процесс выкалывания управляется вектором выкалывания – правилом, которое определяет, какие избыточные биты на выходе базового кодера будут переданы, а какие отброшены. В Таблице 2 ниже представлены примеры векторов выкалывания для генерации кодов со скоростями 2/3 и 3/4 из исходного кода со скоростью 1/2:

Таблица 2 – Векторы выкалывания в соответствии со скоростями кода
Table 2 – Puncture vectors according to code rates

Скорость кода	Вектор выкалывания
1/2	[1 1]
2/3	[0 1 1 1]
3/4	[1 0 0 1 1 1]

Принцип работы можно объяснить следующим образом. Пусть базовый кодер со скоростью 1/2 преобразует входную информационную последовательность $[x_1, x_2, x_3, \dots]$ в выходную последовательность кодовых слов $[X_1, X_2, X_3, \dots]$, где каждая пара $X_i = [y_{i1}, y_{i2}]$. Для получения кода со скоростью 2/3, маска выкалывания применяется к группе из 2 входных бит. Например, стандартная маска [0 1 1 1] означает, что для первого кодового слова X_1 передаются только второй выходной бит y_{12}, а первый y_{11} отбрасывается. Для второго X_2 передаются оба выходных бита y_{21}, y_{22}. В результате на каждые 2 входных бита x_1, x_2 приходится 3 выходных. Аналогично, для скорости 3/4 маска применяется к группе из 3 входных бит, где из 6 порожденных бит отбрасываются 2, оставляя 4 бита для передачи. Таким образом, техника выкалывания позволяет эффективно управлять компромиссом между степенью избыточности кода и скоростью передачи данных.

Рисунок 2 показывает результаты моделирования производительности системы в канале с АБГШ, представляя зависимость коэффициента битовых ошибок от отношения энергии на бит к спектральной плотности мощности шума (E_b/N_0).

[3] Никитин Г.И. *Сверточные коды*. Санкт-Петербург: СПбГУАП; 2001. 80 с.
[4] Морелос-Сарагоса Р. *Искусство помехоустойчивого кодирования: методы, алгоритмы, применение.* Москва: Техносфера; 2005. 319 с.

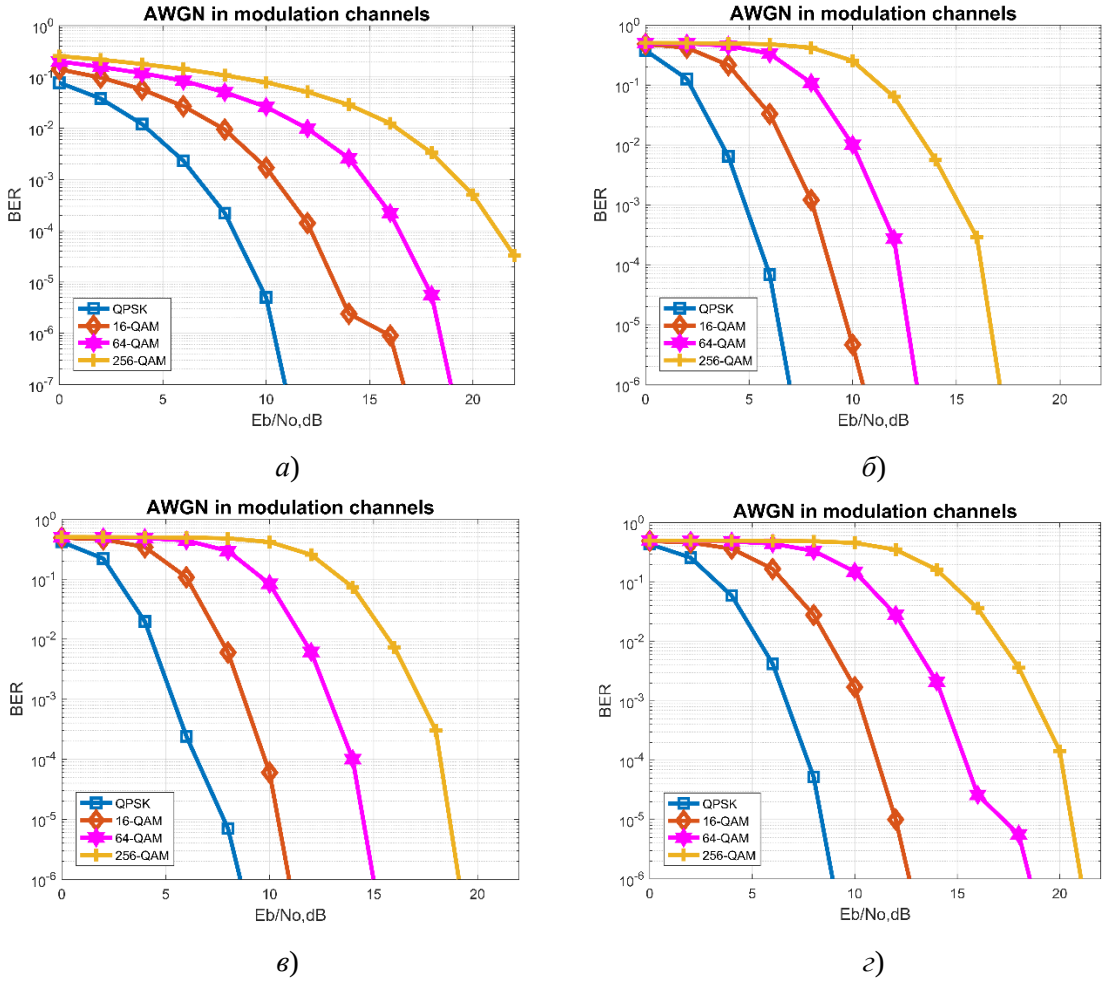


Рисунок 2 – Канал передачи в АБГШ с жесткими решениями: *а* – без кодирования; *б* – скорость кода 1/2; *в* – скорость кода 2/3; *г* – скорость кода 3/4

Figure 2 – Transmission channel in AWGN with hard-decision: *a* – no coding; *b* – code rate 1/2; *c* – code rate 2/3; *d* – code rate 3/4

Для декодирования сверточного кода применяется алгоритм Витерби с жесткими решениями[5] [7]. Четыре графика на Рисунке 2 соответствуют случаю без кодирования и трем кодовым скоростям: 1/2, 2/3 и 3/4. Для случая без кодирования, результаты показывают более высокую помехоустойчивость модуляции QPSK по сравнению с другими схемами. Для достижения $BER = 10^{-4}$ при модуляции QPSK требуется E_b/N_0 на уровне 8,6 дБ, в то время как для 256-QAM необходимо 21,2 дБ. Кривые для кодированных систем демонстрируют, что применение канального кодирования значительно улучшает производительность. При кодовой скорости 1/2, преимущество в производительности QPSK по сравнению с 256-QAM составляет 10,6 дБ при уровне $BER = 10^{-4}$. Для скоростей 2/3, 3/4 составляют 12,1 дБ и 12,4 дБ. Результаты также подтверждают, что уменьшение кодовой скорости смещает кривую BER влево, что означает требование более низкого значения E_b/N_0 для достижения того же уровня битовых ошибок. В частности, при использовании модуляции QPSK с кодом скорости 1/2 требуется $E_b/N_0 = 5{,}8$ дБ, в то время как для кодовых скоростей 2/3 и 3/4 требуемые

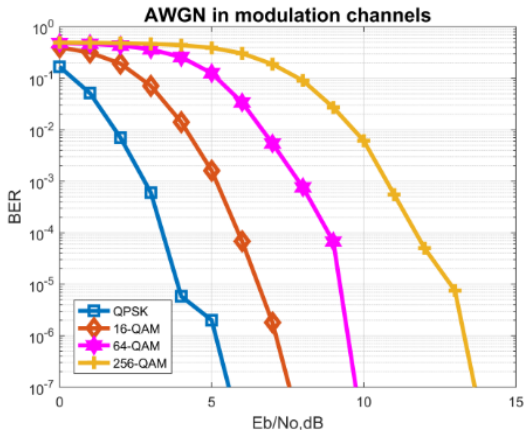
[5] Золотарев В.В., Овечкин Г.В. *Помехоустойчивое кодирование. Методы и алгоритмы*. Москва: Горячая линия–Телеком; 2004. 126 с.

значения E_b/N_0 составляют 6,4 дБ и 7,6 дБ. Таблица 3 обобщает результаты моделирования, предоставляя количественную сводку производительности системы при $BER = 10^{-4}$.

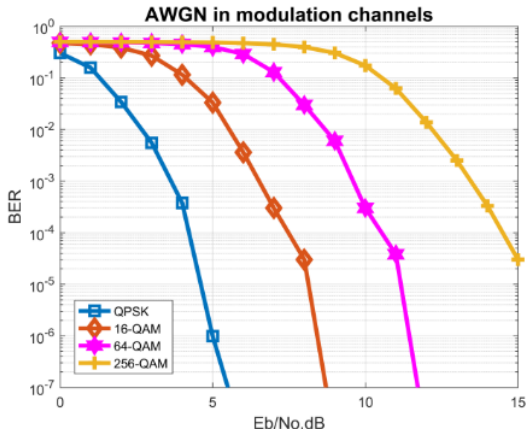
Таблица 3 – Помехоустойчивость сигналов с жесткими решениями
Table 3 – Results of noise immunity of signals with hard-decision

Модуляция Скорость кода	**QPSK**	**16 QAM**	**64 QAM**	**256 QAM**
Без кодирования	8,6 dB	12,4 dB	16,8 dB	21,2dB
Скорость 1/2	5,8 dB	9 dB	12,5 dB	16,4 dB
Скорость 2/3	6,4 dB	9,9 dB	14,1 dB	18,5 dB
Скорость 3/4	7,6 dB	11,5 dB	15,6 dB	20 dB

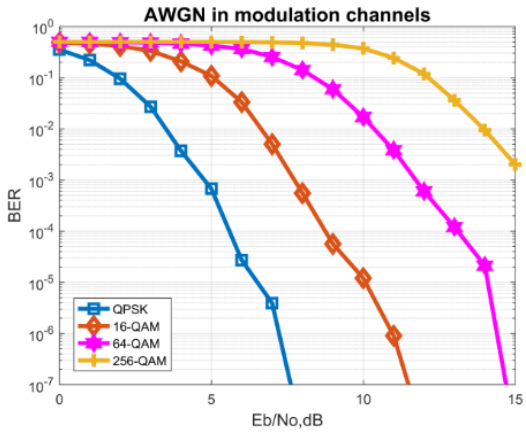
На Рисунке 3 представлены результаты для системы с демодулятором, принимающим мягкие решения, который использует значения ЛОП, рассчитанные в предыдущем разделе.



а)



б)



в)

Рисунок 3 – Канал передачи в АБГШ с мягкими решениями: *а* – скорость кода 1/2; *б* – скорость кода 2/3; *в* – скорость кода 3/4
Figure 3 – Transmission channel in AWGN with soft-decision: *a* – code rate 1/2; *b* – code rate 2/3; *c* – code rate 3/4

Как видно, при использовании модуляции QPSK и кодовой скорости 1/2 требуется 3,7 дБ. Для кодовых скоростей 2/3 и 3/4 требуемые значения E_b/N_0 составляют 4,5 дБ и

5,7 дБ. Энергетические выигрыши модуляции QPSK по сравнению с 256-QAM для кодовых скоростей 1/2, 2/3 и 3/4 составляют 8,1 дБ, 10 дБ и 12,5 дБ. Сравнение результатов в Таблицах 3 и 4 подтверждает, что применение мягкой демодуляции [8] обеспечивает значительно более высокую производительность по сравнению с жесткой демодуляцией. В Таблице 4 представлена сводка производительности системы при использовании демодуляции с мягкими решениями.

Таблица 4 – Помехоустойчивость сигналов с мягкими решениями
Table 4 – Results of noise immunity of signals with soft-decision

Модуляция Скорость кода	**QPSK**	**16QAM**	**64 QAM**	**256 QAM**
Скорость 1/2	3,7 dB	6,0 dB	8,7 dB	11,8 dB
Скорость 2/3	4,5 dB	7,5 dB	10,6 dB	14,5 dB
Скорость 3/4	5,7 dB	9,0 dB	13,0 dB	18,2 dB

Далее проводится анализ спектральной эффективности системы – ключевого показателя, определяющего скорость передачи данных, достижимую в заданной полосе пропускания. Данный параметр, обозначаемый как γ (измеряемый в бит/с/Гц), вычисляется по формуле:

$$\gamma = Rlog_2M.$$

Здесь R – скорость канального кодирования, а M – позиционность модуляционной схемы. В рамках настоящего исследования анализируются различные виды модуляции: QPSK ($M = 4$), 16-QAM ($M = 16$), 64-QAM ($M = 64$) и 256-QAM ($M = 256$), в сочетании с кодовыми скоростями 1/2, 2/3 и 3/4. Вычисленные значения плотности передачи информации для каждой комбинации модуляции и кодирования сведены в Таблицу 5.

Таблица 5 – Удельная скорость передачи систем передачи информации
Table 5 – Specific data rate of information transfer systems

Модуляция Скорость кода	**Удельная скорость передачи γ бит/с/Гц**			
	QPSK	**16–QAM**	**64–QAM**	**256–QAM**
Без кодирования	2	4	6	8
Скорость 1/2	1	2	3	4
Скорость 2/3	4/3	8/3	4	16/3
Скорость 3/4	3/2	3	9/2	6

На Рисунке 4 представлена зависимость между энергетической и спектральной эффективностью для систем с жесткими и мягкими демодуляциями при различных скоростях кодирования. Полученные результаты сопоставляются с теоретическим пределом Шеннона, который определяется следующей формулой [9, 10]:

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{2^{\gamma}-1}{\gamma}.$$

Результаты проведенного в данной работе моделирования наглядно демонстрируют фундаментальный компромисс, лежащий в основе проектирования систем связи. Анализ показывает, что повышение порядка модуляции (например, переход от QPSK к 256-QAM) способствует росту спектральной эффективности, позволяя передавать данные с более высокой скоростью в той же полосе пропускания.

Однако это преимущество достигается ценой ужесточения требований к энергетической эффективности, то есть для достижения заданного коэффициента битовых ошибок требуется более значения E_b/N_0. Ключевым выводом, полученным в ходе исследования, является неоспоримое превосходство мягкого декодирования. Во всех рассмотренных конфигурациях применение этого метода обеспечило значительный выигрыш в кодировании в диапазоне от 2 до 4 дБ по сравнению с жестким декодированием. Данный факт подтверждает критическую роль использования вероятностной информации (ЛОП) для повышения эффективности канального декодера.

Анализ влияния кодовой скорости выявляет более сложную взаимосвязь. С одной стороны, код с низкой скоростью $R = 1/2$ обеспечивает наилучшую помехозащищенность. С другой стороны, в определенных режимах переход к более высокой скорости $R = 2/3$ может дать выигрыш в энергетической эффективности; так, при спектральной эффективности $\gamma = 4$ был зафиксирован выигрыш около 1 дБ. Аналогично, для достижения высокой спектральной эффективности $\gamma = 6$ система без кодирования может потребовать меньшего E_b/N_0, чем система с кодом $R = 3/4$ в диапазоне от 1 до 2 дБ. Выбор подходящей схемы модуляции и кодовой скорости требует тонкого баланса между энергетической эффективностью и спектральной эффективностью. Конечная цель – максимизация общей производительности системы с учетом конкретных требований приложения и характеристик канала передачи.

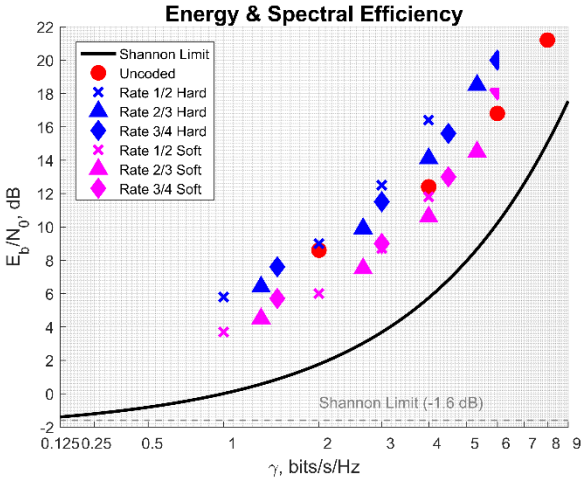


Рисунок 4 – Энергетическая и спектральная эффективность системы в канале АБГШ
Figure 4 – Energy and spectral efficiency of the system in an AWGN channel

Заключение

Проведенное исследование наглядно демонстрирует, что ключ к построению эффективных систем связи лежит в осознанном выборе конфигурации, оптимально сочетающей канальное кодирование и схемы модуляции. Результаты подтверждают, что мягкое декодирование является фундаментом для достижения высокой надежности, в то время как правильный подбор пары «схема модуляции-кодовая скорость» позволяет гибко управлять балансом между скоростью и помехоустойчивостью.

Так, для максимизации пропускной способности в условиях хорошего сигнала предпочтительны конфигурации с QAM высокого порядка и высокими кодовыми скоростями. В то же время, для обеспечения стабильной связи при высоком уровне шума, сочетание QPSK с низкими кодовыми скоростями является наиболее надежным решением. Таким образом, работа не просто констатирует наличие компромисса, а предоставляет количественные ориентиры для проектирования систем, адаптированных под конкретные эксплуатационные требования.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ / REFERENCES

1. Скляр Б. *Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение*. Москва: Издательский дом «Вильямс»; 2003. 1104 с.
   Sklar B. *Digital Communications. Fundamentals and Applications.* Moscow: Izdatel'skii dom "Vil'yams"; 2003. 1104 p. (In Russ.).
2. Прокис Дж. *Цифровая связь.* Москва: Радио и связь; 2000. 800 с.
   Proakis J.G. *Digital Communications.* Moscow: Radio i svyaz'; 2000. 800 p. (In Russ.).
3. Парамонов А.А., Чу В.В. Помехоустойчивость приема сигнала OFDM с использованием квадратурной амплитудной модуляции с мягкими решениями при наличии узкополосных помех. *Russian Technological Journal*. 2024;12(5):17–32. https://doi.org/10.32362/2500-316X-2024-12-5-17-32
   Paramonov A.A., Chu V.V. Noise Immunity of QAM-OFDM Signal Reception Using Soft-Decision Demodulation in the Presence of Narrowband Interference. *Russian Technological Journal*. 2024;12(5):17–32. https://doi.org/10.32362/2500-316X-2024-12-5-17-32
4. Perişoară L.A., Stoian R. The Decision Reliability of MAP, Log-MAP, Max-Log-MAP and SOVA Algorithms for Turbo Codes. *International Journal of Communications*. 2008;2(1):65–74.
5. Cao X., Liu Yi, Hu D. Simplified LLR Algorithm for M-QAM Demodulation. *The Journal of Engineering*. 2019;2019(21):7370–7375. https://doi.org/10.1049/joe.2019.0634
6. Берлекэмп Э. *Алгебраическая теория кодирования*. Москва: Мир; 1971. 479 с.
   Berlekamp E.R. *Algebraic Coding Theory.* Moscow: Mir; 1971. 479 p. (In Russ.).
7. Katta K. Design of Convolutional Encoder and Viterbi Decoder Using MATLAB. *International Journal for Research in Emerging Science and Technology*. 2014;1(7):10–15.
8. Mosleh M.F., Abid F.A. Log-Likelihood Ratio to Improve Hard Decision Viterbi Algorithm. *Engineering and Technology Journal*. 2013;31(9):1779–1790. https://doi.org/10.30684/etj.2013.82189
9. Шеннон К.Э. *Работы по теории информации и кибернетике.* Москва: Изд. иностр. литературы; 1963. 829 с.
10. Макаров С.Б., Цикин И.А. *Передача дискретных сообщений по радиоканалам с ограниченной полосой пропускания.* Москва: Радио и связь; 1988. 304 с.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ / INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Ву Тхе Зует, аспирант Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича, Санкт-Петербург, Российская Федерация.
e-mail: vu.tz@sut.ru
ORCID: 0009-0005-0095-8352

Vu The Duyet, Postgraduate at the Department of Radio Engineering, The Bonch-Bruevich Saint Petersburg State University of Telecommunications, Saint Petersburg, the Russian Federation.

Глушанков Евгений Иванович, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры радиотехники Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича, Санкт-Петербург, Российская Федерация.
e-mail: glushankov57@gmail.com
ORCID: 0000-0003-4148-3208

Evgeniy I. Glushankov, Doctor of Engineering Sciences, Professor at the Department of Radio Engineering, The Bonch-Bruevich Saint Petersburg State University of Telecommunications, Saint Petersburg, the Russian Federation.

Статья поступила в редакцию 14.09.2025; одобрена после рецензирования 12.10.2025; принята к публикации 27.10.2025.

The article was submitted 14.09.2025; approved after reviewing 12.10.2025; accepted for publication 27.10.2025.