

УДК 004.021

DOI: [10.26102/2310-6018/2025.48.1.012](https://doi.org/10.26102/2310-6018/2025.48.1.012)

Применение алгоритмов элитарной муравьиной системы и Max-Min муравьиной системы для оптимизации маршрутов в сетях квантового распределения ключей

Е.С. Раздьяконов✉, С.А. Корчагин, А.В. Тимошенко, М.Ф. Булатов

*Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации, Москва,
Российская Федерация*

Резюме. Данное исследование посвящено оптимизации маршрутов в сетях квантового распределения ключей (КРК), особенностями которых является ряд физических ограничений и сильная зависимость от топологии. В работе рассматривается применение двух вариаций алгоритма муравьиных колоний, алгоритмов элитарной муравьиной системы (EAS) и Max-Min муравьиной системы (MMAS), для построения оптимальных маршрутов в сетях КРК. Была представлена метрика коммуникационной эффективности маршрута сети КРК, позволяющая оценивать качество маршрута в соответствии с заданными требованиями к пропускной способности и безопасности. Особенностью данной метрики является ее неаддитивная составляющая пропускной способности, зависящая от минимальной эффективности соединения в маршруте. Была проведена серия экспериментов на случайно сгенерированном планарном графе для длинных и коротких маршрутов с алгоритмами EAS и MMAS, в результате которых MMAS оказался значительно более эффективным для длинных маршрутов, но в случае коротких маршрутов EAS находил маршрут быстрее без значительной потери в качестве решения. Результаты, полученные в данном исследовании, могут быть применены в решении задач динамической маршрутизации, а также оптимизации топологии сетей квантового распределения ключей.

Ключевые слова: квантовое распределение ключей, метаэвристика, муравьиный алгоритм, элитарная муравьиная система, Max-Min муравьиная система, поиск пути.

Для цитирования: Раздьяконов Е.С., Корчагин С.А., Тимошенко А.В., Булатов М.Ф. Применение алгоритмов элитарной муравьиной системы и Max-Min муравьиной системы для оптимизации маршрутов в сетях квантового распределения ключей. *Моделирование, оптимизация и информационные технологии.* 2025;13(1). URL: <https://moitvvt.ru/ru/journal/pdf?id=1792> DOI: 10.26102/2310-6018/2025.48.1.012

Application of elitist ant system and Max-Min ant system algorithms for path optimization in quantum key distribution networks

E.S. Razdyakonov✉, S.A. Korchagin, A.V. Timoshenko, M.F. Bulatov

*Financial University under the Government of the Russian Federation, Moscow,
the Russian Federation*

Abstract. This study focuses on route optimization in quantum key distribution (QKD) networks, whose features are a number of physical constraints and strong topology dependence. This paper examines the application of two variations of the ant colony algorithm, the elitist ant system (EAS) and Max-Min ant system (MMAS) algorithms, to construct optimal routes in QKD networks. A metric for the communication efficiency of a route in QKD networks has been presented to evaluate the quality of a route according to given capacity and security requirements. The peculiarity of this metric is its non-additive capacity component, which depends on the minimum link efficiency in the route. A series of experiments were conducted on a randomly generated planar graph for long and short routes with EAS

and MMAS algorithms, which resulted in MMAS being significantly more efficient for long routes, but in the case of short routes, EAS found the route faster without significant loss in solution quality. The results obtained in this study can be applied in solving problems of dynamic routing, as well as optimization of the topology of quantum key distribution networks.

Keywords: quantum key distribution, metaheuristics, ant algorithm, elitist ant system, Max-Min ant system, pathfinding.

For citation: Razdyakonov E.S., Korchagin S.A., Timoshenko A.V., Bulatov M.F. Application of elitist ant system and Max-Min ant system algorithms for path optimization in quantum key distribution networks. *Modeling, Optimization and Information Technology*. 2025;13(1). (In Russ.). URL: <https://moitvivr.ru/ru/journal/pdf?id=1792> DOI: 10.26102/2310-6018/2025.48.1.012

Введение

Область компьютерной безопасности стремительно развивается, и одним из наиболее перспективных направлений является квантовое распределение ключей (КРК) [1]. Этот метод обеспечивает высокий уровень безопасности передачи данных благодаря использованию принципов квантовой механики, что делает невозможным перехват или подделку передаваемых ключей. Однако, в отличие от классических телекоммуникационных сетей, у сетей КРК существует ряд особенностей, накладываемых законами квантовой механики, главными из которых являются необходимость передачи ключей в соединениях точка-точка [2], ограничения на длину соединения [3] и отсутствие квантовых повторителей [4]. Из-за этих ограничений эффективность сети КРК напрямую зависит от топологии, следовательно, при планировании таких сетей требуется тщательный анализ.

В области сетей КРК, задачи анализа и оптимизации решаются различными способами [5]. Например, в [6–7] используется задача максимального потока для оценки топологии сетей, в [8] оптимальная сеть строится путем поиска оптимальных маршрутов в полносвязном графе, а в [9] алгоритм кластеризации применяется для оптимального размещения доверенных ретрансляторов.

В некоторых случаях, как, например, в [6, 8] задача поиска оптимальной топологии очень близка к задаче комбинаторной оптимизации. Такой подход гарантирует глобальное оптимальное решение, но становится затратным в случае сетей с большим количеством узлов и соединений.

Более того, метрики, используемые в [8], основаны на значениях максимальной длины соединения и количества узлов в пути, что не позволяет эффективно применить динамическое программирование.

В качестве альтернативы точному решению возможно применение метаэвристических алгоритмов для поиска решений, близких к оптимальным, ввиду их гибкости и общего подхода [9].

В текущий момент, в области квантового распределения ключей метаэвристика применяется только в одной работе [10] для улучшения качества маршрутизации. Тем не менее, существует большое количество исследований по использованию метаэвристики в самых различных областях, включая решение задачи оптимизации телекоммуникационных сетей [11].

Материалы и методы

Задача, решаемая в данной работе, схожа с представленной в [8], однако имеет ряд особенностей. Исходный граф в данной задаче не обязательно является полносвязным, то есть оптимальный маршрут ищется только среди возможных соединений между узлами. Более того, целью данного исследования является не построение оптимального подграфа, а разработка метода поиска оптимальных

маршрутов с использованием схожих метрик, который затем может быть применен в задачах динамической маршрутизации или поиска оптимальной сети. В качестве входных данных имеется топология сети, представленная в виде связного графа на плоскости. Граф состоит из N узлов с заданными координатами и соединениями между ними. Целью алгоритма является построение маршрута, связывающего пару узлов путем построения маршрутов между ними через промежуточные узлы.

Для решения поставленной задачи было выбрано две вариации муравьиного алгоритма: элитарная муравьиная система (Elitist Ant System, EAS) и Max-Min муравьиная система (Max-Min Ant System, MMAS), так как это семейство алгоритмов широко используется в задачах дискретной оптимизации, в частности, в задаче поиска пути на графах.

Выбор метрики оценки маршрута

В данной работе было решено взять за основу метрику коммуникационной эффективности из [8], в которой во внимание берутся требования по пропускной способности, зависящие от длины соединения, и безопасности, зависящей от количества промежуточных узлов в маршруте.

Согласно [12], квантовая емкость соединения между двумя соседними узлами вычисляется следующим образом:

$$q(e) = -\log_2[(1 - e^{-d_{uv}/\lambda_0})],$$

где d_{uv} – длина соединения в км, а λ_0 – длина затухания, определяемая физическими свойствами соединения.

Емкость маршрута между двумя конечными узлами равна наименьшей емкости соединения на всем маршруте. Для того, чтобы значение находилось в интервале $[0,1]$, поделим его на максимальную емкость ребра в графе:

$$q(\{a \rightarrow b\}) = \frac{\min_{e \in \{a \rightarrow b\}} q(e)}{\max_{e \in E} q(e)}.$$

Безопасность пути между конечными узлами вычисляется на основе предположения из [13], согласно которому промежуточные узлы сети квантового распределения ключей являются небезопасными с некоторой вероятностью p_{unsafe} . Квантовые соединения, в свою очередь, полагаются безопасными. Так, безопасность пути с количеством узлов $l_{\{a \rightarrow b\}}$ имеет вид:

$$s(\{a \rightarrow b\}) = (1 - p_{unsafe})^{l_{\{a \rightarrow b\}} - 1}.$$

Метрика коммуникационной эффективности вычисляется следующим образом:

$$\epsilon_\gamma(\{a \rightarrow b\}) = (1 - \gamma)q(\{a \rightarrow b\}) + \gamma s(\{a \rightarrow b\}),$$

где $\gamma \in [0,1]$ – параметр, позволяющий задать приоритет между безопасностью ($\gamma \rightarrow 1$) и пропускной способностью ($\gamma \rightarrow 0$).

Муравьиный алгоритм

В основе данного алгоритма лежит поведение муравьиных колоний при поиске пищи. Решение задачи поиска пути производится в несколько итераций. Каждое ребро графа на итерации t имеет некоторый уровень феромонов $\tau_{ij}(t)$. На первой итерации уровень феромонов на всех ребрах равен некоторому начальному значению. В начале каждой итерации на стартовом узле размещается множество A агентов – муравьев, которые ищут путь к конечному узлу путем случайного перемещения по графам. Пусть

узел i имеет множество соседних узлов J_i . Тогда вероятность перемещения k -го муравья из узла i в узел j на итерации t вычисляется по формуле:

$$P_{ij,k}(t) = \begin{cases} \frac{(\tau_{ij}(t))^\alpha (\eta_{ij})^\beta v_{ij,k}(t)}{\sum_{l \in J_i} (\tau_{il}(t))^\alpha (\eta_{il})^\beta v_{il,k}(t)}, & j \in J_i, \\ 0, & j \notin J_i, \end{cases}$$

где η_{ij} – эвристическая информация, а $\alpha \geq 0$ и $\beta \geq 0$ – параметры для управления влиянием уровней феромона и эвристики при выборе узла для перехода. Для уменьшения вероятности перехода муравья по уже посещенным им ребрам в рамках одной итерации, было дополнительно введено значение $v_{ij,k}(t)$:

$$v_{ij,k}(t) = \begin{cases} v_{visited}, & (i,j) \in V_k(t), \\ 1, & (i,j) \notin V_k(t), \end{cases}$$

где $V_k(t)$ – множество ребер, уже посещенных муравьем k на итерации t , а $0 < v_{visited} \leq 1$ – коэффициент, задаваемый вручную и уменьшающий вероятность перехода по уже посещенным ребрам.

Когда муравей достигает конечного узла, феромоны ребер пройденного пути вычисляются по следующей формуле:

$$\Delta\tau_{ij,k}(t) = \begin{cases} \epsilon_\gamma(T_k(t)), & (i,j) \in T_k(t), \\ 0, & (i,j) \notin T_k(t), \end{cases}$$

где $T_k(t)$ – маршрут муравья k на итерации t , $\epsilon_\gamma(T_k(t))$ – коммуникационная эффективность этого маршрута.

В конце итерации для обновления феромонов используется лучший путь, пройденный за эту итерацию. Для обеспечения возможности исследования новых маршрутов для уровня феромонов задается коэффициент испарения $\rho \in [0,1]$, и правило обновления феромонов в графе принимает следующий вид:

$$\tau_{ij}(t+1) = (1 - \rho)\tau_{ij}(t) + \max_{k \in A} \Delta\tau_{ij,k}(t).$$

Элитарная муравьиная система

Целью данного метода является устранение недостатка классического алгоритма, который заключается в медленной сходимости в окрестности оптимального пути. В данном подходе вводится понятие элитных муравьев, которые дополнительно оставляют феромонный след на ребрах лучшего найденного за все время пути в конце каждой итерации. Правило обновления феромонов в данном случае имеет следующий вид:

$$\tau_{ij}(t+1) = (1 - \rho)\tau_{ij}(t) + \max_{k \in A} \Delta\tau_{ij,k}(t) + e\Delta\tau_{ij,e},$$

где $e \geq 0$ – задаваемый вручную параметр, регулирующий уровень феромона, оставляемого элитными муравьями. В случае больших значений этого параметра, метод будет быстро сходиться к субоптимальному решению.

Max-Min муравьиная система

Особенностью данного алгоритма является введение верхней и нижней границ τ_{min} и τ_{max} уровня феромона на ребрах графа, то есть, $\tau_{min} \leq \tau_{ij}(t) \leq \tau_{max}$.

Максимальное значение феромона задается как предел уровня феромона:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tau_{ij}(t) = \tau_{ij} \leq \tau_{max} = \frac{\epsilon_{best}}{\rho},$$

где ϵ_{best} – коммуникационная эффективность лучшего найденного пути. Таким образом, τ_{max} обновляется при нахождении нового лучшего маршрута.

Минимальный уровень феромона τ_{min} вычисляется следующим образом:

$$\tau_{min} = \frac{\tau_{max} \cdot (1 - \sqrt[n]{p_{best}})}{(avg - 1) \cdot \sqrt[n]{p_{best}}}$$

где n – количество переходов в лучшем маршруте, $avg = n/2$, а p_{best} – величина, задающаяся вручную и характеризующая вероятность выбора муравьем лучшего маршрута. Так, если $p_{best} = 1$, то $\tau_{min} = 0$. Если p_{best} достаточно мал, может произойти, что $\tau_{min} > \tau_{max}$, в этом случае задается $\tau_{min} = \tau_{max}$, что соответствует использованию муравьем только эвристики при переходе. Таким образом, выбор значения p_{best} влияет на исследование новых маршрутов и предотвращение быстрой сходимости к одному решению.

Результаты

Алгоритмы были реализованы на языке Python с использованием библиотек `numpy` и `networkx`.

Эксперименты с алгоритмами проводились на планарном графе, создаваемым на основе триангуляции Делоне и набора из 100 случайных узлов внутри квадрата размером 100×100 км. Из них было выбрано 2 пары узлов: пара АВ для экспериментов с более длинным маршрутом и пара CD для экспериментов с более коротким. Топология графа и рассматриваемые узлы показаны на Рисунке 1.

При вычислении коммуникационной эффективности маршрута в экспериментах для квантовой емкости соединения использовалась длина затухания $\lambda_0 = 22$ км, соответствующее оптоволокну с затуханием 0,2 дБ/км, а для безопасности пути вероятность равна $p_{unsafe} = 0,01$.

Для обеих пар узлов была проведена серия экспериментов по построению оптимального маршрута. Алгоритмы во всех экспериментах имеют 20 муравьев в итерации, коэффициент рассеивания равен $\rho = 0,2$. Эвристикой для алгоритмов была выбрана квантовая емкость соединения соседнего ребра, параметры выбора узла для перехода равнялись $\alpha = 1$, $\beta = 1$, $v_{visited} = 0,1$. Опыты проводились для 4 разных значений γ : 0,4, 0,6 и 0,8.

Для оценки качества найденных путей алгоритмы применялись по 10 раз, затем бралось усредненное значение коммуникационной эффективности для каждой итерации.

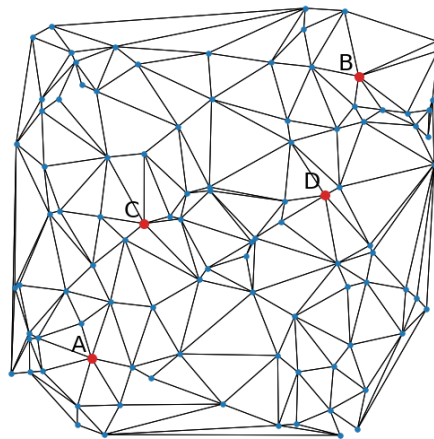


Рисунок 1 – Сгенерированный граф и конечные узлы
Figure 1 – Generated graph and the end nodes

Эксперименты с парой АВ

Значения коммуникационной эффективности лучших найденных путей после 200 итераций алгоритмов MMAS и EAS показаны в Таблице 1.

Таблица 1 – Среднее качество маршрутов для АВ

Table 1 – Average path quality for АВ

Алгоритм	$\gamma = 0,2$	$\gamma = 0,4$	$\gamma = 0,6$	$\gamma = 0,8$
MMAS, $p_{best} = 0,2$	0,36299	0,50263	0,63467	0,77436
MMAS, $p_{best} = 0,4$	0,36675	0,49931	0,63626	0,77654
MMAS, $p_{best} = 0,6$	0,36457	0,49706	0,63168	0,77482
EAS, $e = 0,1$	0,36499	0,49532	0,62659	0,76910
EAS, $e = 0,3$	0,36026	0,49406	0,62808	0,76051
EAS, $e = 0,5$	0,36172	0,49219	0,62164	0,76474

На Рисунке 2 показана динамика коммуникационной эффективности алгоритма MMAS в течение 200 итераций при значениях параметра p_{best} , равных 0,2, 0,4 и 0,6.

На Рисунке 3 представлена динамика коммуникационной эффективности алгоритма EAS в течение 200 итераций со значениями элитного коэффициента e , равными 0,1, 0,3 и 0,5. Также для сравнения были добавлены результаты из предыдущего эксперимента для MMAS с параметром $p_{best} = 0,4$, с которым были получены лучшие результаты в большинстве экспериментов.

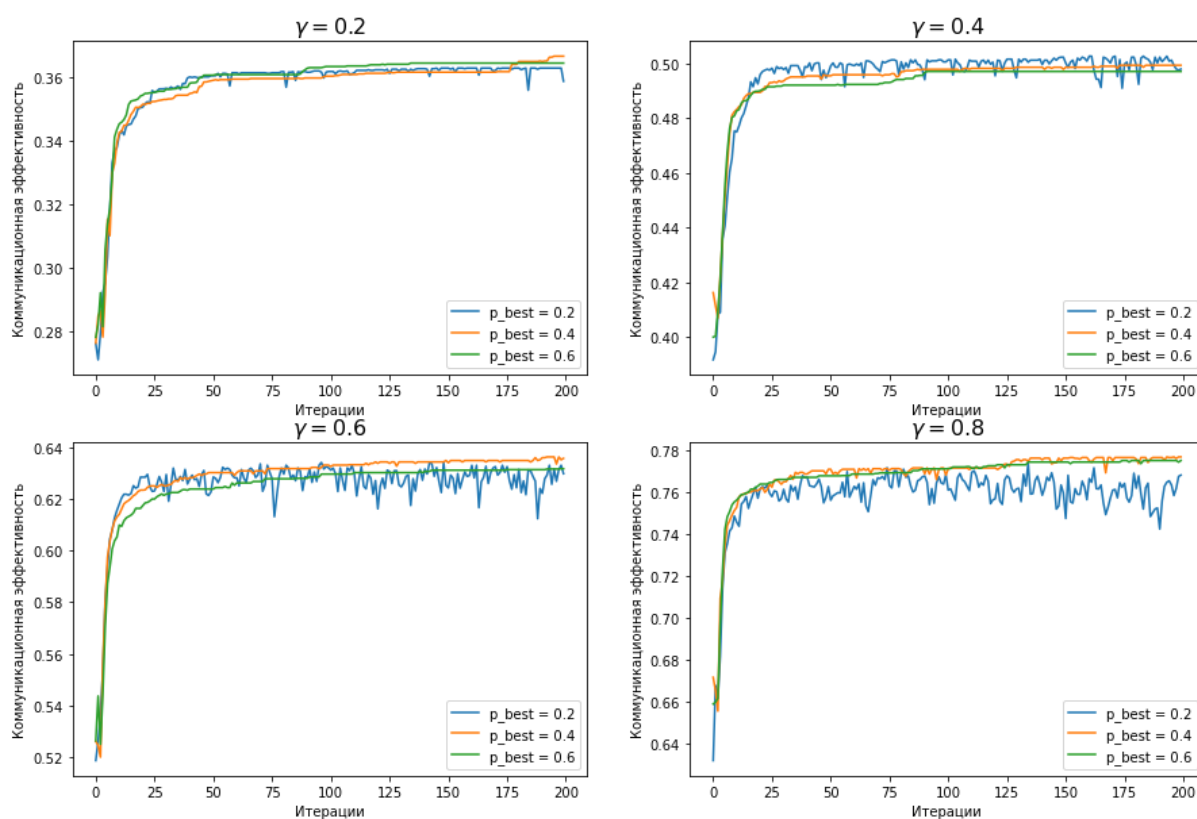


Рисунок 2 – Динамика качества решений для алгоритма MMAS
 Figure 2 – Solution quality dynamics for MMAS

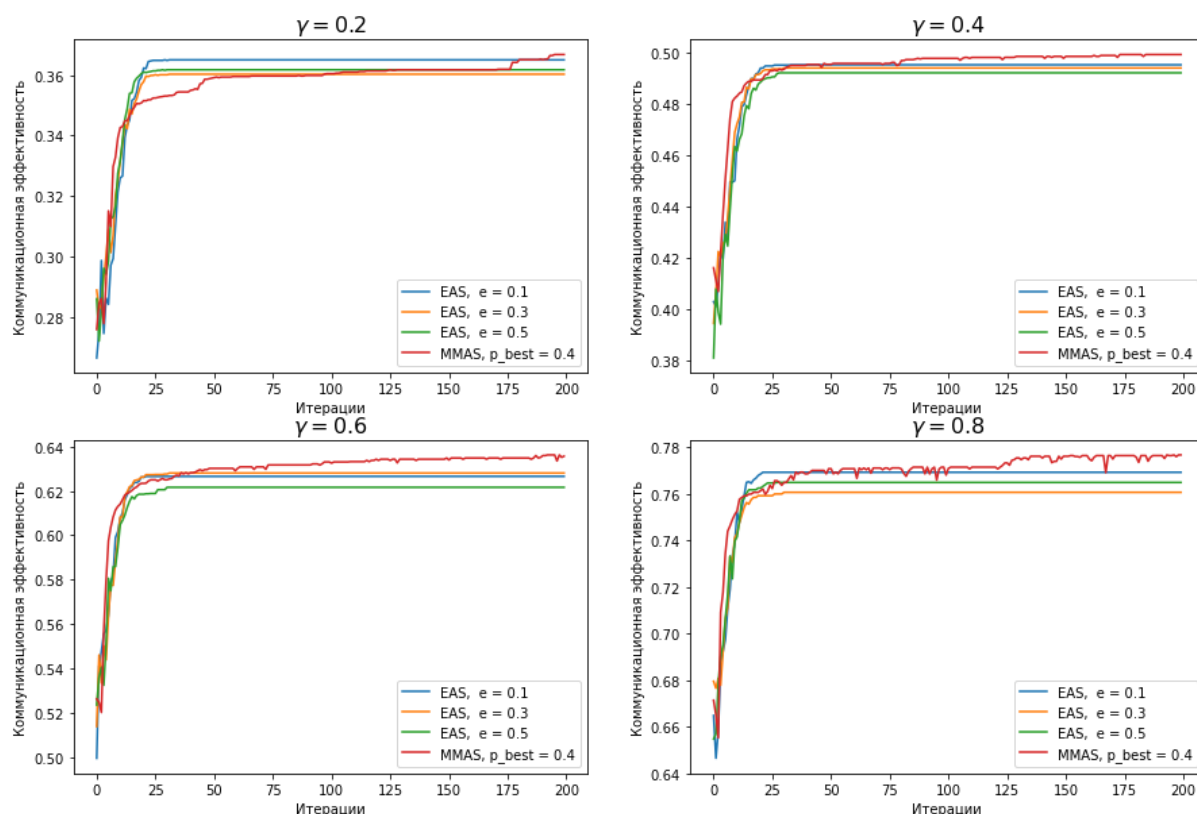


Рисунок 3 – Динамика качества решений алгоритмов EAS и MMAS для маршрута AB
Figure 3 – Solution quality dynamics of EAS and MMAS for path AB

Эксперименты с парой CD

Значения коммуникационной эффективности лучших найденных путей между узлами C и D после 200 итераций алгоритмов MMAS и EAS показаны в Таблице 2.

Таблица 2 – Среднее качество маршрутов для CD
Table 2 – Average path quality for CD

Алгоритм	$\gamma = 0,2$	$\gamma = 0,4$	$\gamma = 0,6$	$\gamma = 0,8$
MMAS, $p_{best} = 0,2$	0,38736	0,52827	0,66918	0,81285
MMAS, $p_{best} = 0,4$	0,38736	0,52827	0,66918	0,81285
MMAS, $p_{best} = 0,6$	0,38736	0,52827	0,66918	0,81285
EAS, $e = 0,1$	0,38717	0,52827	0,66767	0,80902
EAS, $e = 0,3$	0,38717	0,52827	0,66728	0,81257
EAS, $e = 0,5$	0,38517	0,52827	0,66251	0,81240

На Рисунках 4 и 5 представлена динамика коммуникационной эффективности алгоритмов MMAS и EAS в течение 200 итераций при значениях параметра p_{best} , равных 0,2, 0,4 и 0,6. На Рисунке 5 для сравнения также представлена динамика MMAS с $p_{best} = 0,6$.

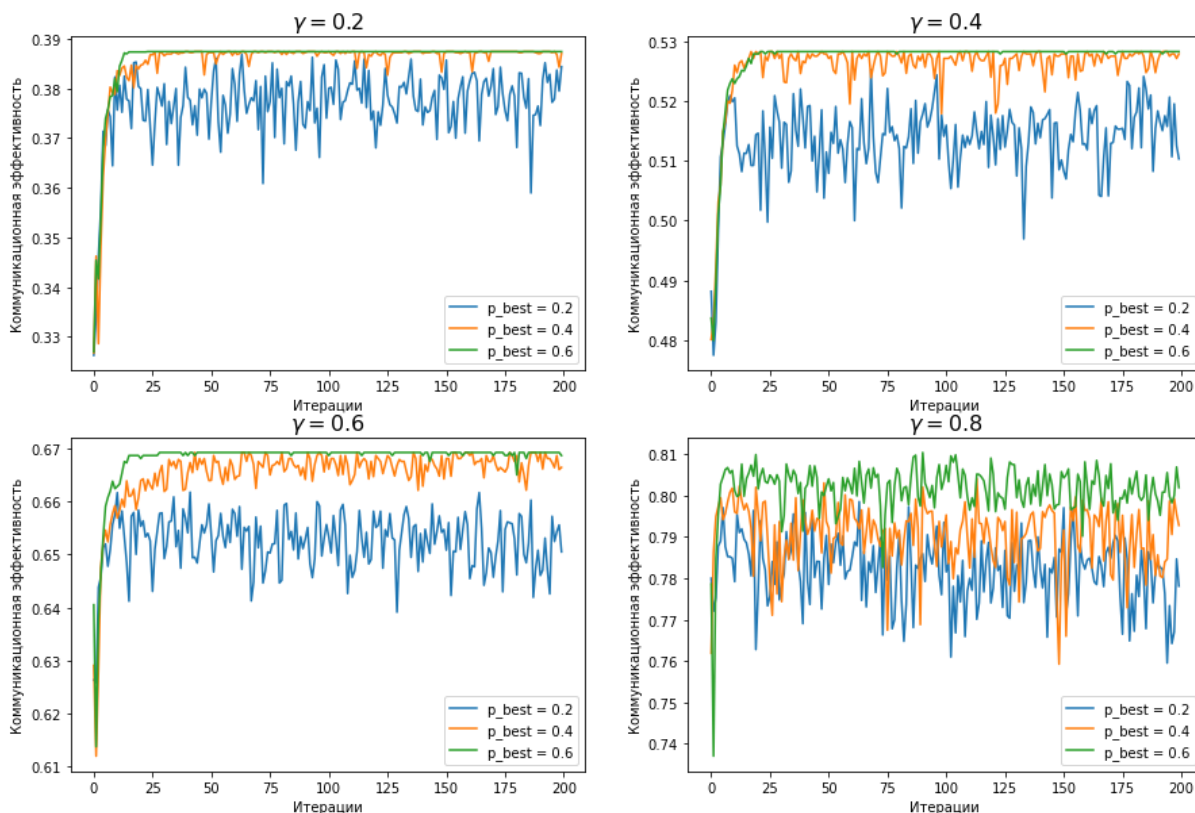


Рисунок 4 – Динамика качества решений MMAS для маршрута CD
 Figure 4 – Solution quality dynamics of MMAS for path CD

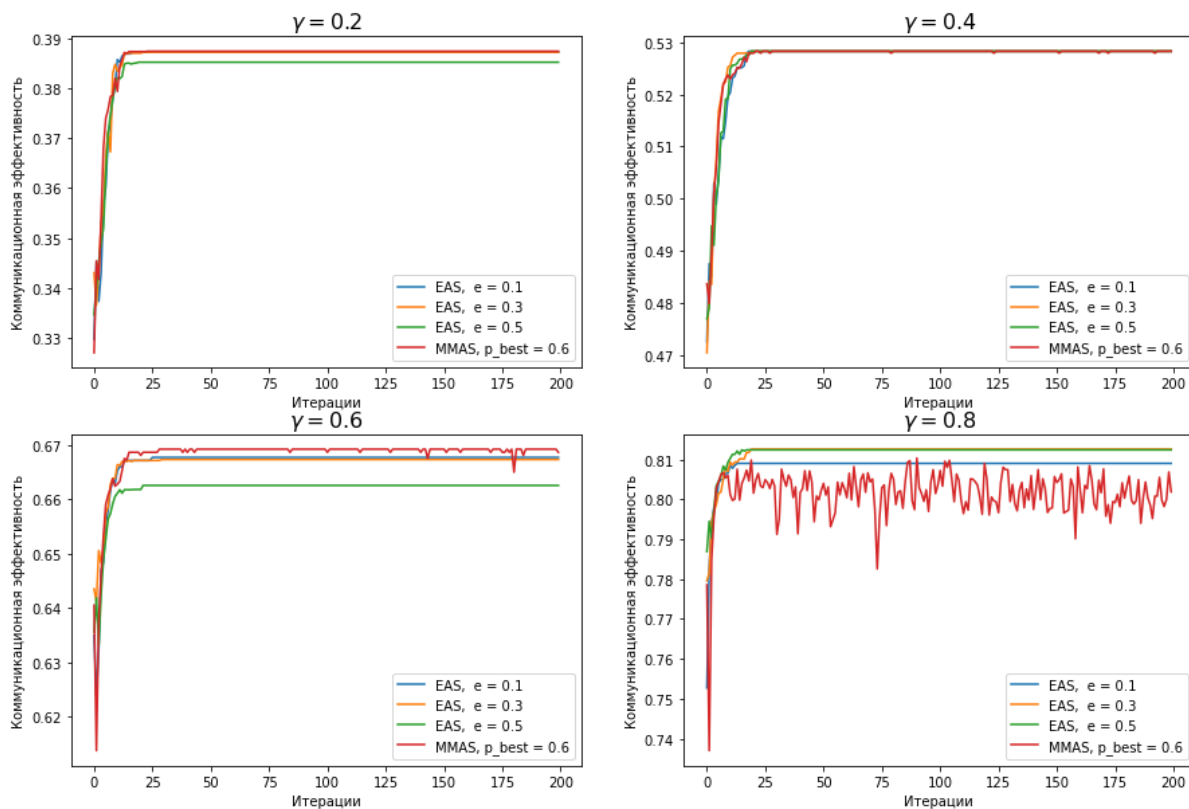


Рисунок 5 – Динамика качества решений алгоритмов EAS и MMAS для маршрута CD
 Figure 5 – Solution quality dynamics of EAS and MMAS for path CD

Обсуждение

Как видно из результата экспериментов, алгоритм ММАС превосходит алгоритм EAS по качеству найденных решений, что можно наблюдать в Таблицах 1 и 2.

Исходя из полученной динамики в экспериментах с парой узлов АВ, представленной на Рисунках 2 и 3, алгоритм ММАС находил новые оптимальные решения на протяжении всех 200 итераций благодаря ограничениям на уровни феромона, в то время как EAS сходил к решению в течение первых 25–50 итераций. Это особенно заметно при больших значениях γ .

Тем не менее, в экспериментах с более короткими маршрутами между узлами С и D, алгоритм ММАС с теми же параметрами не показал значительного преимущества. Таким образом, для узлов сети, находящихся близко друг к другу, следует применять алгоритм ММАС с значениями параметра p_{best} , близкими к 1, что сделает его очень близким к классическому муравьиному алгоритму. В данном случае логично отдать предпочтение алгоритму EAS благодаря быстрой сходимости и, следовательно, меньшему времени выполнения.

Таким образом, ММАС лучше применим для поиска качественных решений в графах с большим количеством узлов. EAS, в свою очередь, быстрее сходится к субоптимальным решениям и лучше подходит для поиска коротких маршрутов.

Заключение

В данной работе была представлена метрика оценки маршрута в сети КРК и два метаэвристических алгоритма, основанных на муравьином алгоритме: элитарная муравьиная система и Max-Min муравьиная система. В результате серии экспериментов с двумя парами узлов были выявлены особенности этих алгоритмов и области их эффективного применения.

Были выявлены возможные направления для исследований на основе результатов, полученных в этой работе: применение полученных алгоритмов для адаптивной маршрутизации внутри сети КРК, а также построение оптимальной топологии сети КРК путем объединения оптимальных маршрутов между заданным набором конечных узлов.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ / REFERENCES

1. Bennett C.H., Brassard G. Quantum cryptography: Public key distribution and coin tossing. *Theoretical Computer Science*. 2014;560:7–11. <https://doi.org/10.1016/j.tcs.2014.05.025>
2. Peev M., Pacher C., Alléaume R., Barreiro C., Bouda J., Boxleitner W., et al. The SECOQC quantum key distribution network in Vienna. *New Journal of Physics*. 2009;11. <https://doi.org/10.1088/1367-2630/11/7/075001>
3. Mehic M., Niemiec M., Rass S., Ma J., Peev M., Aguado A., Martin A., et al. Quantum Key Distribution: A Networking Perspective. *ACM Computing Surveys (CSUR)*. 2020;53(5). <https://doi.org/10.1145/3402192>
4. Salvail L., Peev M., Diamanti E., Alléaume R., Lütkenhaus N., Länger T. Security of trusted repeater quantum key distribution networks. *Journal of Computer Security*. 2010;18(1):61–87. <https://doi.org/10.3233/JCS-2010-0373>
5. Раздьяконов Е.С. Обзор методов оптимизации топологии сетей квантового распределения ключей. *Инженерный вестник Дона*. 2024;(7):29–37.
Razdyakonov E.S. Survey of topology optimization methods for quantum key distribution networks. *Engineering Journal of Don*. 2024;(7):29–37. (In Russ.).

6. Li Q., Wang Y., Mao H., Yao J., Han Q. Mathematical model and topology evaluation of quantum key distribution network. *Optics Express*. 2020;28(7):9419–9434. <https://doi.org/10.1364/OE.387697>
7. Wang Y., Li Q., Mao H., Han Q., Huang F., Xu H. Topological optimization of hybrid quantum key distribution networks. *Optics Express*. 2020;28(18):26348–26358. <https://doi.org/10.1364/OE.401672>
8. Cirigliano L., Brosco V., Castellano C., Conti C., Piloizzi L. Optimal quantum key distribution networks: capacitance versus security. *npj Quantum Information*. 2024;10. <https://doi.org/10.1038/s41534-024-00828-7>
9. García-Cobo I., Menéndez H.D. Designing large quantum key distribution networks via medoid-based algorithms. *Future Generation Computer Systems*. 2021;115:814–824. <https://doi.org/10.1016/j.future.2020.09.037>
10. Hao Y., Tang J., Gao W. Quantum key distribution strategy based on ant colony algorithm in Quantum Trusted Relay Network. In: *2024 IEEE 7th Advanced Information Technology, Electronic and Automation Control Conference (IAEAC), 15–17 March 2024, Chongqing, China*. IEEE; 2024. pp. 635–639. <https://doi.org/10.1109/IAEAC59436.2024.10503941>
11. Fernandez S.A., Juan A.A., De Armas Adrián J., E Silva D.G., Terrén D.R. Metaheuristics in Telecommunication Systems: Network Design, Routing, and Allocation Problems. *IEEE Systems Journal*. 2018;12(4):3948–3957. <https://doi.org/10.1109/JSYST.2017.2788053>
12. Pirandola S., Laurenza R., Ottaviani C., Banchi L. Fundamental limits of repeaterless quantum communications. *Nature Communications*. 2017;8. <https://doi.org/10.1038/ncomms15043>
13. Solomons N.R., Fletcher A.I., Aktas D., Venkatachalam N., Wengerowsky S., Lončarić M., Neumann S.P., Liu B., Samec Ž., et al. Scalable Authentication and Optimal Flooding in a Quantum Network. *PRX Quantum*. 2022;3(2). <https://doi.org/10.1103/PRXQuantum.3.020311>

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ / INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Раздьяконов Егор Сергеевич, аспирант, Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации, Москва, Российская Федерация.

e-mail: esrazdyakonov@gmail.com

Egor S. Razdyakonov, Postgraduate student, Financial University under the Government of the Russian Federation, Moscow, the Russian Federation.

Корчагин Сергей Алексеевич, кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры искусственного интеллекта Финансового университета при Правительстве Российской Федерации, Москва, Российская Федерация.

e-mail: sakorchagin@fa.ru

ORCID: [0000-0001-8042-4089](https://orcid.org/0000-0001-8042-4089)

Sergey A. Korchagin, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Docent, Associate Professor of the Artificial Intelligence Department, Financial University under the Government of the Russian Federation, Moscow, the Russian Federation.

Тимошенко Александр Васильевич, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры информационной безопасности Финансового университета при Правительстве Российской Федерации, Москва, Российская Федерация.

Alexander V. Timoshenko, Doctor of Engineering Sciences, Professor, Professor of the Information Security Department, Financial University under the Government of the Russian Federation, Moscow, the Russian Federation.

e-mail: avtimoshenko@fa.ru

ORCID: [0000-0002-9791-142X](https://orcid.org/0000-0002-9791-142X)

Булатов Марат Фатыхович, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры математического моделирования в космических исследованиях факультета космических исследований МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Российская Федерация.

ORCID: [0000-0001-7839-8416](https://orcid.org/0000-0001-7839-8416)

Marat F. Bulatov, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Professor of the Department of Mathematical Modeling in Space Research, Faculty of Space Research, Lomonosov Moscow State University, Moscow, the Russian Federation.

Статья поступила в редакцию 30.12.2024; одобрена после рецензирования 24.01.2025; принята к публикации 29.01.2025.

The article was submitted 30.12.2024; approved after reviewing 24.01.2025; accepted for publication 29.01.2025.